

Simulation temporelle d'un démarrage d'une machine asynchrone à cage

Sylvain CANAT (canat@leei.enseeiht.fr)
Jean FAUCHER (faucher@leei.enseeiht.fr)
LEEI/ENSEEIHHT/INP Toulouse
BP 7122
2, Rue Camichel
31071 Toulouse Cedex7

1 Introduction

Actuellement, le diagnostic impose un effort important dans la modélisation en vue d'assurer une bonne sûreté de fonctionnement. D'autre part, les commandes des machines électriques doivent être de plus en plus performantes. C'est pourquoi nous nous intéressons à la modélisation des cages rotoriques de machines asynchrones par fonctions de transferts d'ordre non entier.

Nous proposons dans un premier temps une modification du modèle de Park classique afin d'isoler l'impédance rotorique. Ce nouveau modèle pourra être utilisé de façon très simple pour simuler les transitoires de la machine asynchrone. Ensuite, nous proposons une démarche possible pour l'identification de l'ensemble des paramètres du modèle en fonction de la fréquence. Une étude est effectuée à partir de simulations par calculs de champs en régimes linéaires, mais pourra être facilement adaptée à une étude expérimentale d'une machine réelle. Puis, dans un troisième temps, l'impédance rotorique sera identifiée à l'aide de la méthode du modèle associée à une procédure de Levenberg-Marquardt.

Enfin, des simulations numériques, réalisées sous MATLAB-Simulink, sont proposées pour comparer le modèle de Park classique (résistance et inductance rotoriques constantes en fonction de la fréquence) au modèle de Park modifié (impédance rotorique sous forme de fonction de transfert d'ordre non entier).

2 Modélisation de park d'ordre non entier

La simulation temporelle des grandeurs électriques et mécaniques instantanées prenant en compte le caractère diffusif de l'effet de peau dans le rotor, nécessite d'adapter le modèle de Park afin d'isoler la fonction de transfert d'ordre non entier représentant le rotor.

2.1 Equations électriques en grandeurs de phases

Il est habituel de représenter les machines électriques et en particulier les machines asynchrones dans un repère de *Fresnel* triphasé et équilibré. Considérons donc une machine asynchrone triphasée

au stator et au rotor représentée schématiquement sur la figure 1 et dont les phases sont repérées respectivement par (S_a, S_b, S_c) et (R_a, R_b, R_c) . La position relative instantanée entre les deux axes S_a et R_a est définie par l'angle électrique α variable en fonction du temps .

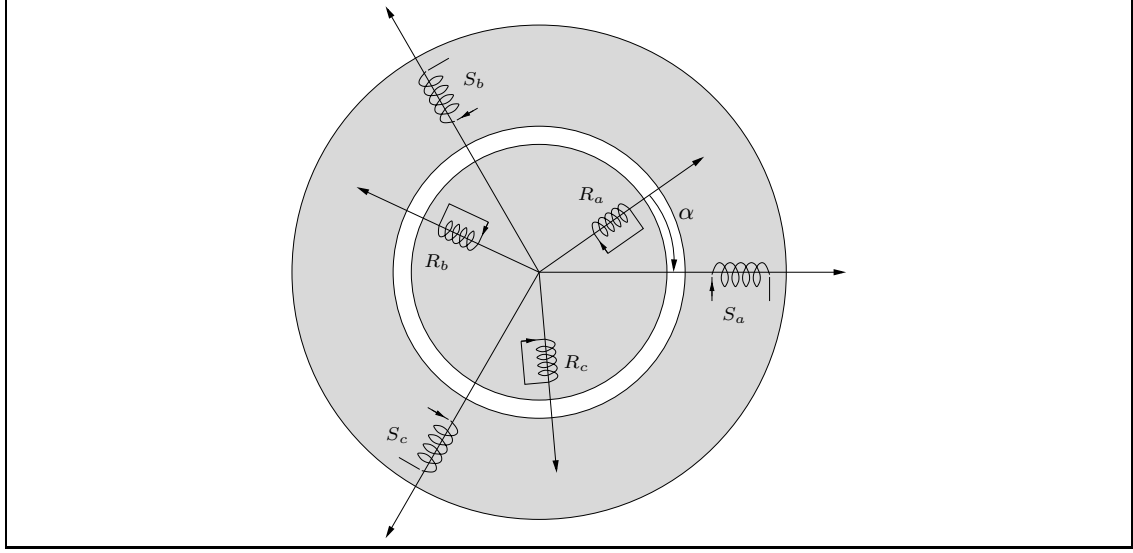


FIG. 1 – Représentation schématique d'une machine asynchrone triphasée.

Nous pouvons alors écrire les équations des tensions statoriques et rotoriques sous forme matricielle:

$$\begin{cases} [V_s]_{abc} = R_s [I_s]_{abc} + \frac{d}{dt} [\Phi_s]_{abc} & (1a) \\ [V_r]_{abc} = R_r [I_r]_{abc} + \frac{d}{dt} [\Phi_r]_{abc} = 0 & (1b) \end{cases}$$

Les paramètres R_s et R_r représentent respectivement les résistances statoriques et rotoriques par phase. Les vecteurs $[V_s]_{abc}$, $[I_s]_{abc}$ et $[\Phi_s]_{abc}$ sont les vecteurs tension, courant et flux statoriques. On différencie les vecteurs rotoriques par l'indice r . Tous les vecteurs sont ainsi définis sous forme:

$$[X_y]_{abc} = \begin{bmatrix} X_{y(a)} \\ X_{y(b)} \\ X_{y(c)} \end{bmatrix}$$

Les vecteurs $[V]$ et $[I]$ représentent les tensions simples et les courants de lignes. Le couplage entre le rotor et le stator intervient dans les équations des flux $[\Phi]$ qui s'écrivent sous la forme suivante:

$$\begin{cases} [\Phi_s]_{abc} = [L_s] [I_s]_{abc} + [M_{sr}] [I_r]_{abc} & (2a) \\ [\Phi_r]_{abc} = [L_r] [I_r]_{abc} + [M_{rs}] [I_s]_{abc} & (2b) \end{cases}$$

Dans ces équations des flux, les matrices $[L_s]$ et $[L_r]$ sont les matrices inductances statoriques et rotoriques et dépendent de:

- l'inductance propre d'une phase statorique l_s ,

- l'inductance propre d'une phase rotorique l_r ,
- l'inductance mutuelle entre deux phases statoriques m_{ss} ,
- l'inductance mutuelle entre deux phases rotoriques m_{rr} .

Elles s'expriment sous la forme suivante:

$$[L_s] = \begin{bmatrix} l_s & m_{ss} & m_{ss} \\ m_{ss} & l_s & m_{ss} \\ m_{ss} & m_{ss} & l_s \end{bmatrix} \quad (3) \quad [L_r] = \begin{bmatrix} l_r & m_{rr} & m_{rr} \\ m_{rr} & l_r & m_{rr} \\ m_{rr} & m_{rr} & l_r \end{bmatrix} \quad (4)$$

$[M_{sr}]$, quant à elle, représente la matrice inductance mutuelle stator-rotor. Elle dépend de deux paramètres qui sont:

- l'inductance mutuelle maximum entre phases rotorique et statorique m_{sr} ,
- l'angle électrique α variable en fonction du temps.

Elle s'exprime sous la forme suivante:

$$[M_{sr}] = m_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha) & \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (5)$$

De la même manière, on pourrait écrire la matrice inductance mutuelle rotor-stator $[M_{rs}]$. On s'aperçoit alors qu'elle n'est autre que la transposée de la matrice inductance mutuelle stator-rotor $[M_{sr}]$, soit:

$$[M_{rs}] = [M_{sr}]^t \quad (6)$$

2.2 Changement de base de Park

La transformation de Park est ancienne (1929) et découle de la diagonalisation des matrices inductances (statoriques et rotoriques). Le choix de vecteurs propres judicieux permet d'exprimer la matrice de transformation de Park sous la forme orthonormée suivante:

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

L'angle θ est au choix de l'utilisateur et peut dépendre du temps. Le fait que $[P(\theta)]$ soit orthonormée implique que son inverse est égale à sa transposée. Les vecteurs tensions dans la nouvelle base s'expriment sous la forme suivante:

$$\begin{cases} [V_s]_{dqo} = [P(\theta_s)]^t [V_s]_{abc} & (8a) \\ [V_r]_{dqo} = [P(\theta_r)]^t [V_r]_{abc} = 0 & (8b) \end{cases}$$

Pour la suite, nous négligerons la composante homopolaire, définie par l'indice o , car nous considérons un système de tensions équilibrées. Au final, on montre que quelque soit le repère de référence utilisé,

on peut écrire les tensions dans le repère $(d - q)$:

$$\begin{aligned} [V_s]_{dq} &= R_s [I_s]_{dq} + \frac{d}{dt} [\Phi_s]_{dq} + \frac{d\theta_s}{dt} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} [\Phi_s]_{dq} \\ [V_r]_{dq} &= R_r [I_r]_{dq} + \frac{d}{dt} [\Phi_r]_{dq} + \frac{d\theta_r}{dt} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} [\Phi_r]_{dq} \end{aligned} \quad (9)$$

Ainsi que les flux:

$$\begin{aligned} [\Phi_s]_{dq} &= \mathcal{L}_s [I_s]_{dq} + \mathcal{M}_{sr} [I_r]_{dq} \\ [\Phi_r]_{dq} &= \mathcal{L}_r [I_r]_{dq} + \mathcal{M}_{sr} [I_s]_{dq} \end{aligned} \quad (10)$$

Dans ces équations des flux, \mathcal{L}_s et \mathcal{L}_r sont respectivement les inductances cycliques statorique et rotorique. Alors que \mathcal{M}_{sr} est directement proportionnelle à la mutuelle stator-rotor.

- $\mathcal{L}_s = l_s - m_{ss}$: inductance cyclique statorique.
- $\mathcal{L}_r = l_r - m_{rr}$: inductance cyclique rotorique.
- $\mathcal{M}_{sr} = \frac{3}{2}m_{sr}$

Les angles θ_s et θ_r représentent respectivement les angles entre l'axe a du stator ou du rotor et la référence d de la base (d,q) . La figure suivante permet de visualiser les trois systèmes d'axes qui peuvent tourner à des vitesses différentes.

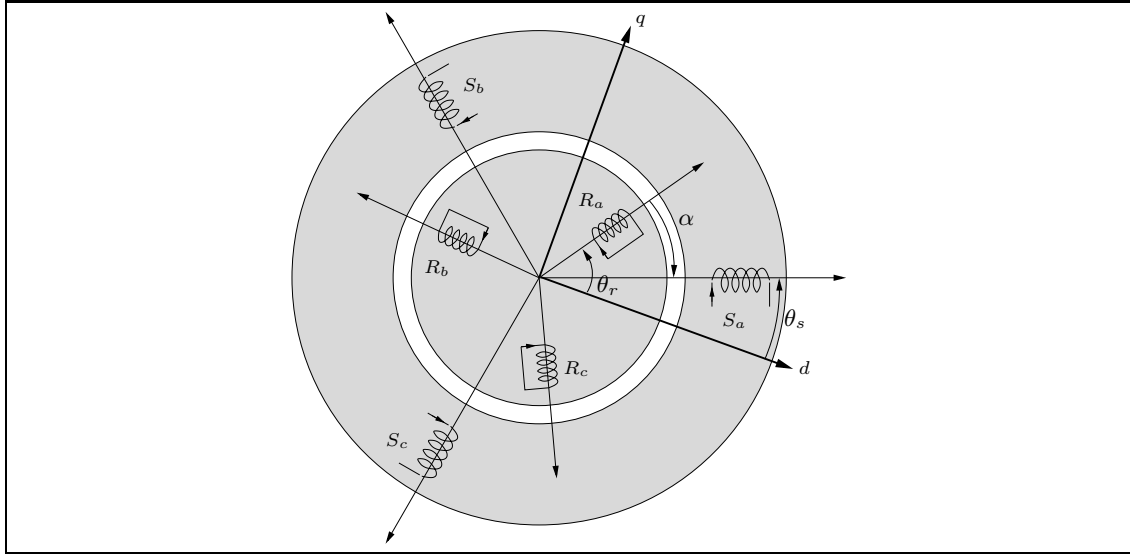


FIG. 2 – Représentation des différents systèmes d'axes.

A partir de cette figure, nous pouvons exprimer la relation liant les angles entre eux, valable à tout instant:

$$\alpha = \theta_s - \theta_r \quad (11)$$

En choisissant le repère (d,q) fixe et dont l'axe d est confondu à l'axe R_a du rotor, c'est à dire que l'angle θ_r ainsi que sa dérivée $\frac{d\theta_r}{dt}$ sont nuls à tout instant. Cela implique aussi que $\frac{d\theta_s}{dt} = p\Omega$

où p désigne le nombre de paires de pôles de la machine asynchrone. On peut alors exprimer les équations rotoriques finales:

$$\begin{aligned} V_{rd} &= R_r I_{rd} + \frac{d\Phi_{rd}}{dt} = \left(R_r + l_r \frac{d}{dt} \right) I_{rd} + \left(\mathcal{M}_{sr} \frac{dI_{sd}}{dt} - m_{rr} \frac{dI_{rd}}{dt} \right) \\ &= \underline{Z}_r I_{rd} + \frac{d\Phi'_{rd}}{dt} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$V_{rq} = \underline{Z}_r I_{rq} + \frac{d\Phi'_{rq}}{dt} = 0 \quad (13)$$

Ce choix de repère nous a permis d'extraire l'impédance du rotor (résistance et inductance propre) via l'incorporation d'un pseudo-flux noté $\frac{d\Phi'_{rq}}{dt}$. Ce pseudo-flux n'est que mathématique et n'a aucune représentation ou réalité physique.

2.3 Schéma électrique équivalent

Afin de reconstituer le schéma équivalent de la machine asynchrone à cage, nous allons passer toutes les grandeurs électriques en grandeurs complexes.

$$\underline{X}_y = X_{yd} + j.X_{yq}$$

Soit:

$$\begin{aligned} \underline{V}_s &= R_s \underline{I}_s + \frac{d\Phi_s}{dt} + j.p\Omega \Phi_s \\ &= R_s \underline{I}_s + (\mathcal{L}_s - \mathcal{M}_{sr}) \frac{d\underline{I}_s}{dt} + \mathcal{M}_{sr} \frac{d\underline{I}_r + \underline{I}_s}{dt} + j.p\Omega \frac{d\Phi_s}{dt} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\underline{V}_r = \underline{Z}_r \underline{I}_r - (\mathcal{M}_{sr} + m_{rr}) \frac{d\underline{I}_r}{dt} + \mathcal{M}_{sr} \frac{d\underline{I}_r + \underline{I}_s}{dt} = 0 \quad (15)$$

Ce système d'équations de tensions permet la construction du schéma électrique suivant:

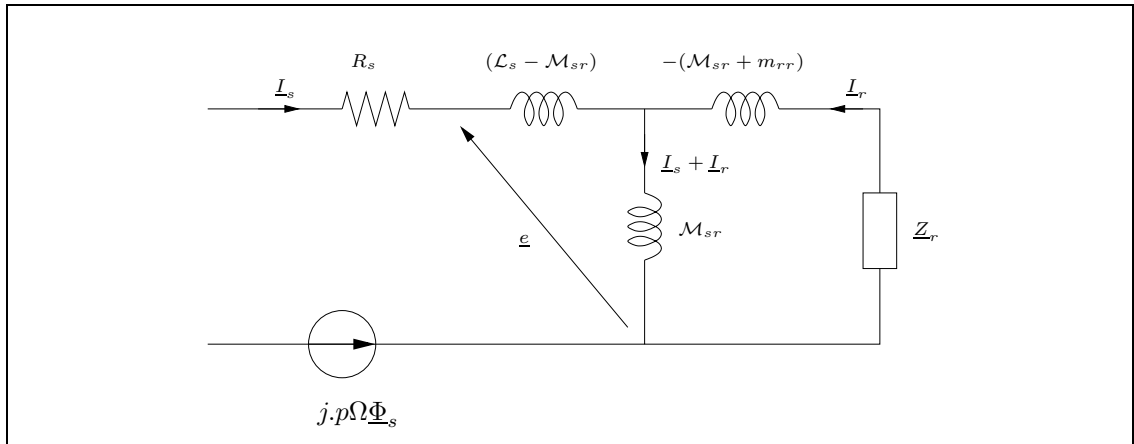


FIG. 3 – Schéma électrique de Park avec prise en compte de l'ordre non entier du rotor.

Cette représentation à l'inconvénient d'avoir 5 paramètres passifs à identifier ainsi que la tension $j.p\Omega\Phi_s$. Pour palier à l'identification de la tension, les essais se feront à rotor bloqué soit pour $\Omega = 0$. De plus pour réduire le nombre de paramètres à identifier, les fuites peuvent être totalisées au rotor ou au stator. Après calculs, la représentation à fuites totalisées au rotor nous paraît plus appropriée. Au final, le schéma électrique associé aux paramètres à identifier sera le suivant :

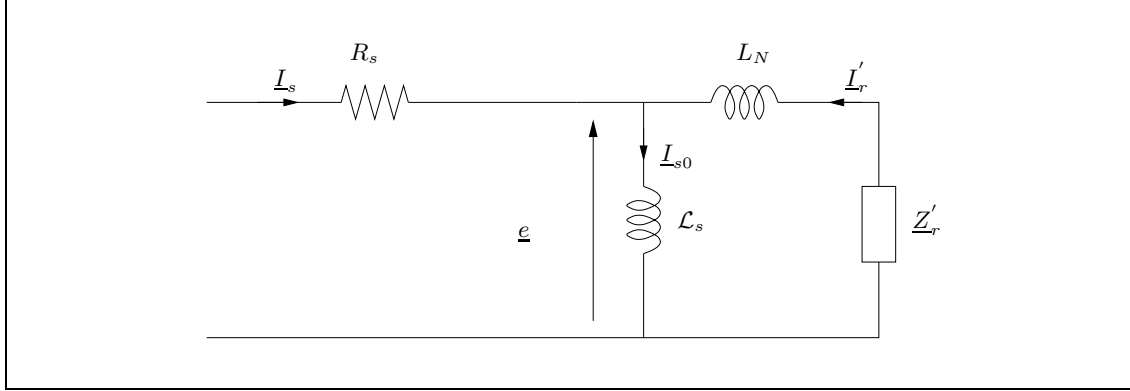


FIG. 4 – Schéma électrique de Park avec fuites totalisées au rotor.

Nous n'avons donc plus que 4 paramètres à identifier. Reste à connaître la signification de ceux-ci et surtout la correspondance avec le schéma et les paramètres initiaux. Pour cela, utilisons la relation liant le flux statorique aux courants statoriques et rotoriques.

$$\begin{aligned}\Phi_s &= \mathcal{L}_s I_s + \mathcal{M}_{sr} I_r \\ I_s &= \underbrace{\frac{\Phi_s}{\mathcal{L}_s}}_{I_{s0}} + \underbrace{\frac{\mathcal{M}_{sr}}{\mathcal{L}_s} I_r}_{I_r'}\end{aligned}\quad (16)$$

Pour la détermination des éléments équivalents L_N et Z_r' , repartons de l'équation rotorique.

$$\begin{aligned}\underline{V}_r = 0 &= \underline{Z}_r + \mathcal{M}_{sr} \frac{dI_s}{dt} - m_{rr} \frac{dI_r}{dt} \\ \frac{dI_s}{dt} &= \frac{m_{rr}}{\mathcal{M}_{sr}} \frac{dI_r}{dt} - \frac{\underline{Z}_r}{\mathcal{M}_{sr}} I_r\end{aligned}\quad (17)$$

Exprimons maintenant la force électromotrice \underline{e} qui est valable quelque soit le schéma utilisé. Soit en identifiant la force électromotrice du premier schéma :

$$\begin{aligned}\underline{e} &= \frac{d\Phi_s}{dt} = \mathcal{L}_s \frac{dI_s}{dt} + \mathcal{M}_{sr} \frac{dI_r}{dt} = \left(\frac{\mathcal{L}_s}{\mathcal{M}_{sr}} \right) m_{rr} \frac{dI_r}{dt} - \left(\frac{\mathcal{L}_s}{\mathcal{M}_{sr}} \right) \underline{Z}_r I_r + \mathcal{M}_{sr} \frac{dI_r}{dt} \\ &= - \left(\frac{\mathcal{L}_s}{\mathcal{M}_{sr}} \right)^2 \underline{Z}_r I_r + \left(\frac{\mathcal{L}_s}{\mathcal{M}_{sr}} \right)^2 \left(m_{rr} + \frac{\mathcal{M}_{sr}^2}{\mathcal{L}_s} \right) \frac{dI_r'}{dt}\end{aligned}\quad (18)$$

Avec celle du schéma à fuites totalisées au rotor:

$$\underline{e} = -L_N \frac{d\underline{I}'_r}{dt} - \underline{Z}'_r \underline{I}'_r \quad (19)$$

Nous en déduisons les paramètres équivalents:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{Z}'_r = \left(\frac{\mathcal{L}_s}{\mathcal{M}_{sr}} \right)^2 \underline{Z}_r \\ L_N = \left(\frac{\mathcal{L}_s}{\mathcal{M}_{sr}} \right)^2 \left(1 + \frac{\mathcal{M}_{sr}^2}{\mathcal{L}_s m_{rr}} \right) m_{rr} \end{array} \right. \quad (20a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{Z}'_r = \left(\frac{\mathcal{L}_s}{\mathcal{M}_{sr}} \right)^2 \underline{Z}_r \\ L_N = \left(\frac{\mathcal{L}_s}{\mathcal{M}_{sr}} \right)^2 \left(1 + \frac{\mathcal{M}_{sr}^2}{\mathcal{L}_s m_{rr}} \right) m_{rr} \end{array} \right. \quad (20b)$$

3 Simulations par calculs de champ

Nous avons choisi pour cette étude de caractériser l'effet de peau dans une machine asynchrone triphasée à cage industrielle. Cette dernière est constituée de 2 paires de pôles réalisées par quatre bobines de 20 spires chacun. La représentation en 2 dimensions pourra être satisfaite en utilisant uniquement un quart de la machine si les conditions aux limites sont anti-périodiques. L'effet de la saturation du champ magnétique se fait par un entrefer équivalent aux extrémités extérieures des barres rotoriques. De plus, le matériau utilisé pour la représentation des enroulements statoriques a une conductivité nulle. La conséquence principale sera une résistance statorique nulle $R_s = 0$. Cependant, cette résistance est facilement identifiable sur une machine réelle par un simple essai à vide, soit à la vitesse de synchronisme pour une telle machine. La méthode de l'essai à vide permet également l'identification de l'inductance cyclique statorique \mathcal{L}_s . La figure 5 ci-dessous représente la répartition des densités de courant dans le rotor pour une fréquence de 50 Hz lorsque le rotor est bloqué. En d'autres termes, elle représente les densités de courant à l'instant $t = 0$ d'un démarrage.

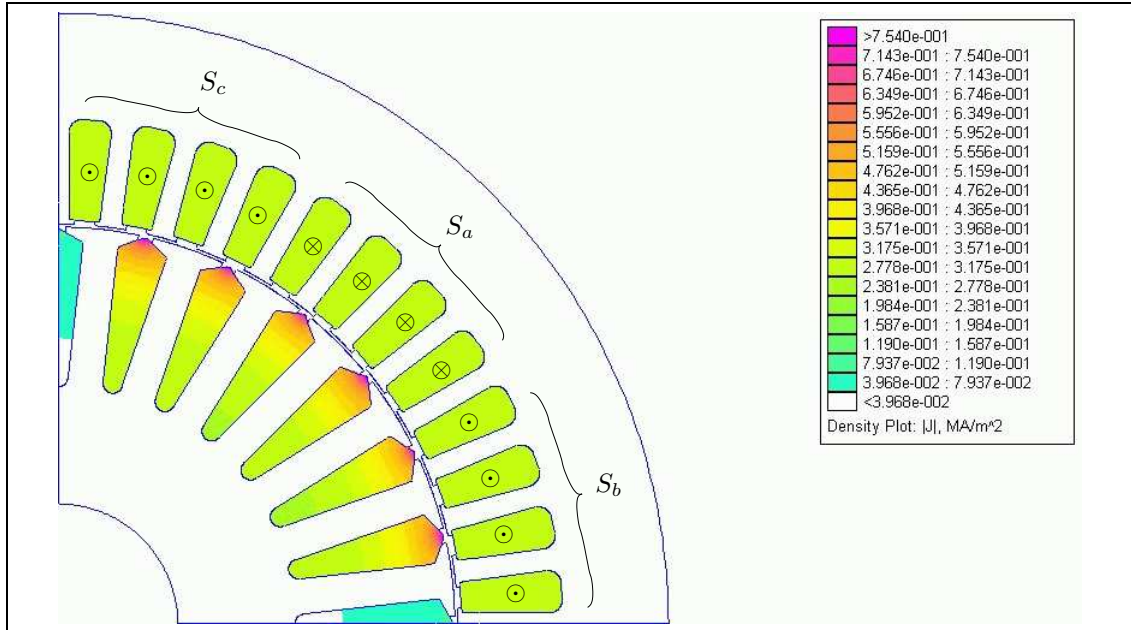


FIG. 5 – Densités de courant du rotor lors d'un démarrage sur le réseau 50 Hz.

Les lettres a , b et c symbolisent les trois phases. Quant au signe \otimes , il signifie que le courant circule dans l'axe perpendiculaire au plan de la feuille et dans le sens allant de la face vers le dos de la page. Tandis que le signe \odot signifie que le courant circule dans le sens allant du dos vers la face de la page.

Cette simulation confirme que l'effet de peau dans les machines à induction est un élément réel et à prendre en compte pour la réalisation de modèles plus fins que ceux existants.

3.1 Méthode de détermination des différents éléments

Les bobinages statoriques sont réalisés de plusieurs spires. Le courant de chaque spire d'une même bobine est donc identique à tout instant. Chaque encoche statorique ne comprenant qu'une seule bobine, il est possible de s'affranchir du dessin et de la simulation de chacune des spires. Chaque bobine sera donc représentée par un matériau conducteur massif dont le courant qui le traversera sera égal au nombre d'ampères-tours total. Cependant, l'insertion d'un matériau massif soumis à un courant dépendant du temps implique également qu'il sera soumis au phénomène d'effet de peau. La solution envisagée pour palier à ce problème est de forcer la conductivité à une valeur nulle ($\sigma_s = 0$). La résistance ainsi simulée sera par conséquent nulle, donc:

$$R_s = 0 \Omega \quad (21)$$

Pour la détermination des autres paramètres, nous utilisons une méthode énergétique valable quelque soit les conditions de fonctionnement de la machine. En régime linéaire, nous pouvons écrire que le flux statorique équivaut au produit d'une inductance \underline{L}'_{eq} par le courant statorique.

$$\begin{aligned} \Phi_s &= \mathcal{L}_s \underline{I}_s + \mathcal{M}_{sr} \underline{I}_r = \underline{L}'_{eq} \underline{I}_s \\ \Phi_s \underline{I}_s &= \underline{L}'_{eq} \underline{I}_s^2 \end{aligned} \quad (22)$$

De plus, l'utilisation du théorème de Stokes permet de passer d'une intégrale double du champ magnétique sur une surface à une intégrale simple du potentiel vecteur sur une longueur. Enfin, pour retrouver la relation évoquée à l'équation eq.26, il est bon de se souvenir que le matériau utilisé est de conductivité nulle. La conséquence est que la densité de courant ainsi que le potentiel vecteur ne dépendent pas des mêmes variables, soit:

$$\underline{L}'_{eq} = \frac{\Phi_s \underline{I}_s}{\underline{I}_s^2} = \frac{\left(\int \underline{A}_s dl \right) \left(\iint \underline{J}_s dS \right)}{\underline{I}_s^2} = \frac{\iiint \underline{A}_s \underline{J}_s dV}{\underline{I}_s^2} \quad (23)$$

N'oublions pas que nous simulons uniquement un quart de machine. L'inductance \underline{L}'_{eq} équivaut donc à l'inductance d'un seul pôle, alors que la machine est constituée de 2 paires de pôles, soit une inductance totale quatre fois plus grande.

$$\underline{L}_{eq} = 4 \cdot \underline{L}'_{eq} \quad (24)$$

Les simulations effectuées par calculs de champs sont en régimes permanents. Toutes les dérivées par rapport au temps peuvent être remplacées en complexe par $j\omega$, soit:

$$\underline{V}_s = R_s + \frac{d\Phi_s}{dt} = R_s + j\omega \underline{L}_{eq} \quad (25)$$

3.2 Inductance cyclique statorique

La détermination de l'inductance cyclique \mathcal{L}_s doit se faire à vide, soit pour $\underline{I}'_r = 0$ donc $\underline{I}_r = 0$. Cela signifie que le rotor ne doit subir aucune variation de flux. Il faut donc que la vitesse mécanique soit égale à la vitesse du champ tournant statorique, elle est appelée vitesse de synchronisme. Le logiciel utilisé ne permettant pas de faire une simulation avec un rotor tournant, nous remplacerons le matériau conducteur en aluminium du rotor par de l'air qui a les mêmes caractéristiques vis à vis des permittivités relatives magnétiques ($\mu_{Al} = \mu_{air} = 1$). Par cette opération, les courants rotoriques seront nuls à tout instant comme si la vitesse de synchronisme était atteinte.

La détermination de \mathcal{L}_s se fait de la manière suivante:

$$\mathcal{L}_s = 4 \frac{\iiint A_{S_a} \cdot J_{S_a} dV}{I_{S_a}^2} = 187 mH \quad (26)$$

A_{S_a} désigne le potentiel vecteur et J_{S_a} la densité de courant de la phase S_a .

3.3 Impédance rotorique

Reprenons la figure 4. La résistance statorique ainsi que l'inductance cyclique statorique sont maintenant connues, seuls deux éléments restent à déterminer: l'inductance de fuites L_N et l'impédance rotorique \underline{Z}'_r . En réalité, comme l'impédance est complexe, trois termes doivent être déterminés, en sachant que les parties réelles et complexes de cette impédance varient en fonction de la fréquence d'alimentation. Il est donc nécessaire de faire une hypothèse pour déterminer l'inductance de fuite dans un premier temps. Il a été montré que pour les très hautes fréquences, la résistance et la réactance tendent à être égales.

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} R'_r(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} L'_r(\omega)\omega \quad (27)$$

Cette simulation en haute fréquence est réalisée avec $f = 1 MHz$. Pour une telle fréquence, on peut écrire que $\underline{Z}_r = z_r(1 + j)$.

Identifions l'équation 25 à celle qui peut être déduite du schéma électrique de Park avec fuites totalisées au rotor 4, nous aurons:

$$j\underline{\mathcal{L}}_{eq}\omega = \frac{j\underline{\mathcal{L}}_s\omega (jL_N\omega + \underline{Z}'_r)}{\underline{Z}'_r + j(L_N + \underline{\mathcal{L}}_s)\omega} \quad (28)$$

En remplaçant \underline{Z}'_r par $z_r(1 + j)$ et en identifiant les parties réelles et imaginaires de part et d'autre de la relation précédente, nous pouvons écrire le système de deux équations à deux inconnues suivant:

$$\begin{bmatrix} (\Re(\underline{\mathcal{L}}_{eq}) - \Im(\underline{\mathcal{L}}_{eq}) - \mathcal{L}_s) & (-\Im(\underline{\mathcal{L}}_{eq})\omega) \\ (\Re(\underline{\mathcal{L}}_{eq}) + \Im(\underline{\mathcal{L}}_{eq}) - \mathcal{L}_s) & (\Im(\underline{\mathcal{L}}_{eq})\omega - \mathcal{L}_s\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_r \\ L_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_s\omega\Im(\underline{\mathcal{L}}_{eq}) \\ -\mathcal{L}_s\omega\Re(\underline{\mathcal{L}}_{eq}) \end{bmatrix} \quad (29)$$

A partir de ce système, on en déduit la valeur de l'inductance L_N :

$$L_N = 6.22 mH \quad (30)$$

Il ne reste alors plus qu'à déterminer la résistance ainsi que l'inductance rotorique sur une bande de fréquence allant de $0.1 Hz$ à $100 kHz$. Pour y parvenir, reprenons l'équation 28 et écrivons un

système permettant de déterminer partie réelle et partie imaginaire de l'impédance Z_r' .

$$R_r'(\omega) = \Re \left(j\omega \frac{(L_N + \mathcal{L}_s)\underline{L}_{eq} - \mathcal{L}_s}{\mathcal{L}_s - \underline{L}_{eq}} \right) \quad (31)$$

$$L_r'(\omega) = \Im \left(j \frac{(L_N + \mathcal{L}_s)\underline{L}_{eq} - \mathcal{L}_s}{\mathcal{L}_s - \underline{L}_{eq}} \right) \quad (32)$$

Nous représentons sur les figures ci-dessous les variations de la résistance rotorique ainsi que de la réactance rotorique $X_r = L_r' \omega$. Remarquons les fortes variations de ces éléments en fonction de la fréquence. Sur le graphiques de gauche, il est visible que la résistance et que la réactance atteignent des valeurs très proches en hautes fréquences. Cependant, le caractère diffusif de l'impédance rotorique est d'autant plus visible sur le diagramme de bode de l'admittance. En effet, remarquons que la pente du module de l'admittance est proche de -10 décibel par décade et que l'asymptote de phase est est proche de -45 degrés pour les hautes fréquences. Ces valeurs asymptotiques caractérisent une fonction de transfert d'ordre non entier voisin de 0,5.

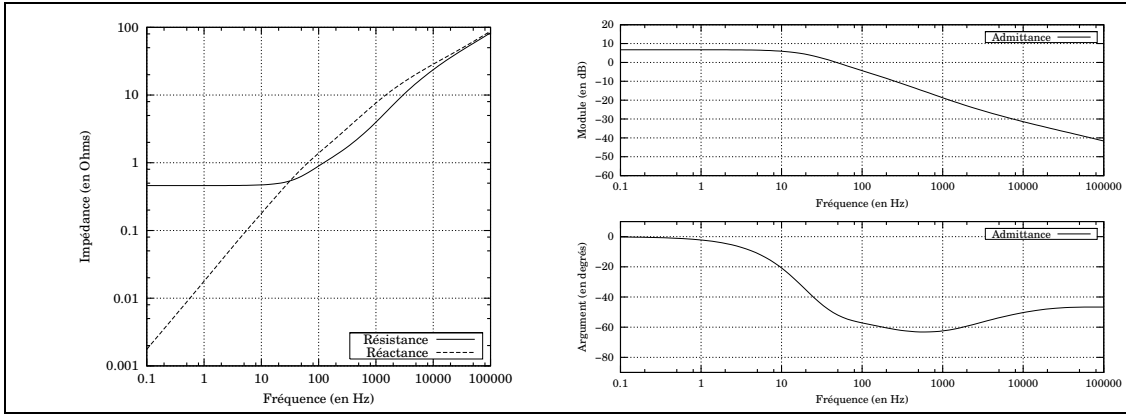


FIG. 6 – Impédance et diagramme de bode de l'admittance en fonction de la fréquence.

4 Identification par la méthode du modèle

Nous reprenons ici une méthode d'identification utilisée avec succès par T.KHAORAPAPONG. Cette méthode consiste à la minimisation d'un critère quadratique logarithmique réaliser sur l'écart entre le processus modélisé précédemment et un modèle défini par un certain nombre de paramètres variables.

4.1 Présentation

Cette procédure est itérative et permet d'extraire les paramètres optimaux qui permettront au modèle d'être le plus proche possible du processus. Le modèle choisi est composé de sept paramètres et est décrit par la fonction de transfert explicite suivante:

$$Y(s) = \frac{1}{Z_r'(s)} = K_0 \frac{(1 + \frac{s}{\omega_2})(1 + \frac{s}{\omega_4})}{(1 + \frac{s}{\omega_1})(1 + \frac{s}{\omega_3}) \left(1 + \left(\frac{s}{\omega_5}\right)^n\right)} \quad (33)$$

Le vecteur de paramètres $\underline{\theta}$ est donc constitué des sept paramètres:

$$\underline{\theta} = \left[K_0 \quad \omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3 \quad \omega_4 \quad \omega_5 \quad n \right]^t \quad (34)$$

Nous résumons ce procédé par le diagramme suivant.

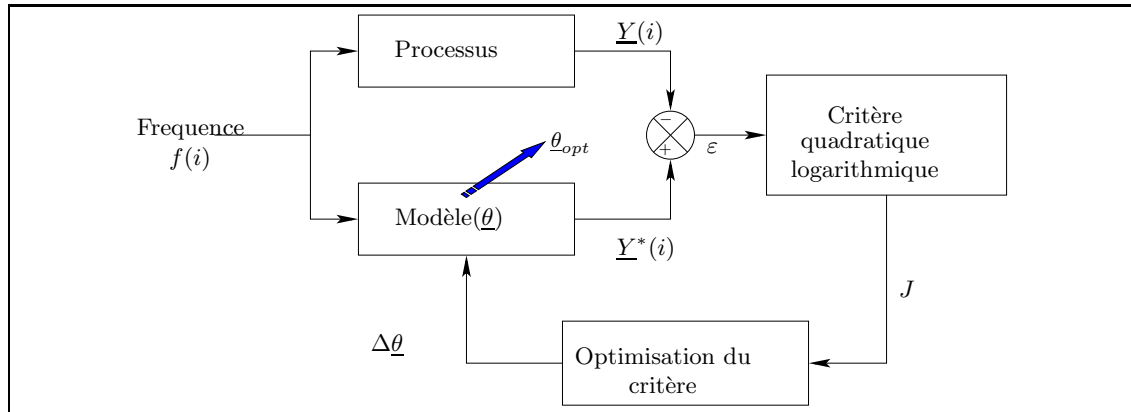


FIG. 7 – Diagramme explicatif de la méthode du modèle.

4.2 Résultats

Le vecteur de paramètres atteint sa valeur optimale après la 82^{ème} itération. A titre indicatif, la valeur du critère calculé pour le vecteur initial de paramètres est approximativement égale à 59. Alors que le vecteur final produit un critère voisin de 48.10^{-3} . Les paramètres initiaux et finaux sont représentés dans le tableau ci-dessous.

Modèle explicite		valeurs initiales	valeurs finales
Paramètres du modèle	K_0	2	2,240
	ω_1	300	201,4
	ω_2	4000	803,3
	ω_3	5000	3225
	ω_4	6000	8066
	ω_5	3000	1663
	n	1	0,5554

La première constatation issue de ce tableau est que l'ordre non entier se rapproche effectivement de 0,5. Le modèle comporte un seul pôle d'ordre non entier, ce qui rend compte du caractère diffusif aux hautes fréquences, mais n'est pas suffisant pour que le comportement sur toute la gamme de fréquence allant de $0,1 Hz$ à $100 kHz$ soit satisfaisant. Le modèle proposé comprend donc deux pôles (ω_1 et ω_3) et deux zéros (ω_2 et ω_4) supplémentaires qui permettent une meilleure approximation et modélisation du processus sur les sept décades fréquentielles considérées. La figure 8 représente les comparaisons entre le processus (trait continu) et le modèle (trait en pointillés).

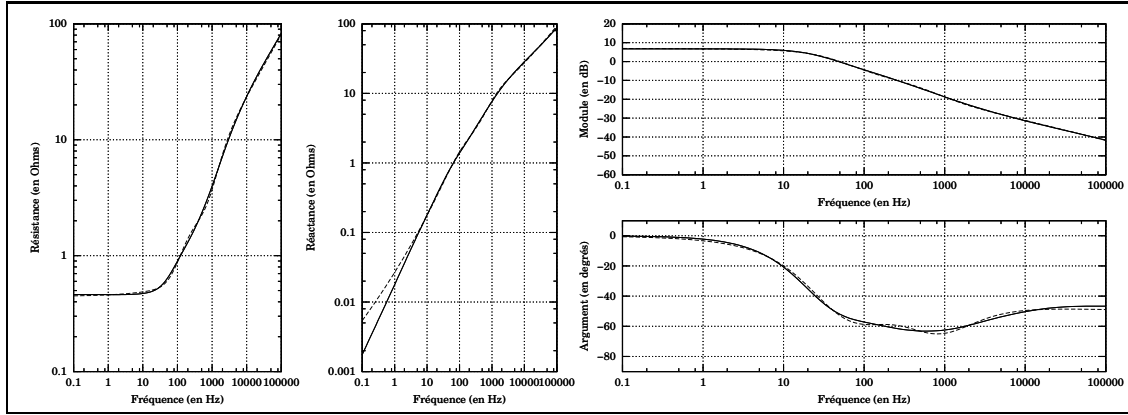


FIG. 8 – Comparaisons entre le processus et le modèle

Sur le diagramme de Bode, nous observons que le modèle semble très proche du processus. En effet, l'erreur relative maximale sur le gain est inférieure à $0,35 \text{ dB}$ et l'erreur relative maximale sur la phase reste inférieure à $2,5$ degrés sur toute la gamme de fréquence.

5 Simulations sous MATLAB-Simulink

Dans ce paragraphe, nous proposons un modèle réalisé sous forme de schémas blocs à l'aide du logiciel MATLAB-Simulink. Ce modèle est générique et adaptable en fonction de la machine à induction considérée. Afin d'obtenir des simulations les plus saines possibles, nous utiliserons uniquement des fonctions intégrales et banirons le plus souvent possible les fonctions dérivées. C'est dans cette optique que dans un premier temps, nous isolons les dérivées du flux statorique et du pseudo-flux rotorique définis dans le paragraphe 2.2 et que dans un second temps, nous les intégrons. Soit au stator:

$$\begin{aligned}\Phi_{sd} &= \int (V_{sd} - R_s I_{sd} - p\Omega \Phi_{sq}) dt \\ \Phi_{sq} &= \int (V_{sq} - R_s I_{sq} + p\Omega \Phi_{sd}) dt\end{aligned}\quad (35)$$

Ainsi qu'au rotor:

$$\begin{aligned}\Phi'_{rd} &= \int (V_{rd} - \underline{Z}'_r I_{rd}) dt = - \int \underline{Z}'_r I_{rd} dt \\ \Phi'_{rq} &= \int (V_{rq} - \underline{Z}'_r I_{rq}) dt = - \int \underline{Z}'_r I_{rq} dt\end{aligned}\quad (36)$$

Remarquons que la reconstitution des flux nécessite la connaissance des courants rotoriques et statoriques. Or, les flux et les courants sont également liés entre eux par l'intermédiaire des différentes inductances et mutuelles. L'extraction des courants statoriques I_{sd} , I_{sq} et les courants rotoriques I_{rd} et I_{rq} se fait selon l'équation 38.

La figure précédente montre les démarrages à vide du modèle classique (en vert) et du modèle avec prise en compte de l'effet de peau dans les barres rotoriques (en bleu).

La prise en compte de l'impédance d'ordre non entier se traduit par une montée en vitesse plus lente par rapport au modèle classique de Park. Il est également remarquable que le couple maximal est supérieur avec la prise en compte de l'effet de peau.

6 Conclusion

Dans cet article, les auteurs ont modifié le modèle de Park classique afin de prendre en compte l'aspect diffusif que représente l'effet de peau. Ce nouveau modèle présente une avancée notable pour la simulation des régimes dynamiques et augmente la finesse de modélisation utile pour le diagnostic et la détection des défauts. Cette modélisation a été rendue possible par l'introduction d'un pseudo-flux, qui a uniquement une utilité mathématique mais aucune réalité physique. De plus, nous avons montré que l'isolation de l'impédance rotorique totale n'est possible que si le repère tournant (d,q) est fixé sur le rotor physique. Les auteurs ont également présenté une méthode d'identification des paramètres du modèle de Park modifié à l'aide d'un essai à vide et d'essais à rotor bloqué sur une large bande de fréquence. Cette méthode fait apparaître une inductance complexe équivalente. Puis, à partir d'une démarche déjà éprouvée, nous avons pu extraire une fonction de transfert dans le domaine de Laplace avec un pôle d'ordre non entier. Enfin, les auteurs ont comparé le modèle dynamique de Park classique par rapport au modèle dynamique de Park modifié sur un démarrage direct sur le réseau.

Références

- [1] M. Jufer : *Electromécanique (traité d'électricité, d'électronique et d'électrotechnique)*. Editions Géorgie, 1979
- [2] J.Ph. Perez, R. Carles & R. Fleckinger : *Electromagnétisme: vide et milieux matériels*. Masson, Paris, 1991.
- [3] A. Oustaloup : *La dérivation non entière*. Hermes. (1995).
- [4] T. Khaorapapong : *Modélisation d'ordre non entier des effets de fréquence dans les barres rotoriques d'une machine asynchrone*. Thèse de docteur de l'INPT. (2001)
- [5] S. Canat : *Modélisation d'ordre non entier et simulation des effets de fréquence dans la machine asynchrone*. Stage de DEA de l'INPT. (2002)
- [6] I. Podlubny : *Fractional Differential Equations*. Academic Press. (1999)
- [7] J. Lin : *Modélisation et identification des systèmes d'ordre non entier*. Thèse de docteur de l'université de Poitiers. (2001)
- [8] A. Xhuvani & J. Faucher : *Identification paramétrique (traitement de l'information pour la modélisation, la surveillance et le diagnostic)*. Notice interne du groupe "CODIASE" du LEEL. (1998)
- [9] S. Canat, J. Faucher : *Fractional order: frequential parametric identification of the skin effect in the rotor bar of squirrel cage induction machine*. ASME DETC2003/VIB-48393. (september 2-6, 2003)
- [10] J. Chatelain : *Machines électriques - Tome 1*. Traité d'électricité, d'électronique et d'électrotechnique. DUNOD. (1983)

- [11] A. Muñoz, T. Lipo : *Complex vector model of the squirrel-cage induction machine including instantaneous rotor bar currents*. IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY APPLICATIONS, VOL.35, NO.6. (November/December 1999)
- [12] D. Meeker : *Induction motor example*.
<http://femm.foster-miller.net/examples/InductionMotorExample.pdf> (september 26, 2002)