



UMR 5131 CNRS



Action thématique

**Les systèmes à dérivées non entières:
théorie et applications**

**Extension d'un modeleur de consigne (preshaping) à
la commande CRONE de deuxième génération :
application à un banc moteur à courant continu**

P. MELCHIOR, A. POTY, B. ORSONI et A. OUSTALOUP



Bordeaux, 16-17 Octobre 2003



Plan de la présentation

1- Principe du modelage

- *Problématique*
- *Méthode du preshaping*
- *Conclusion*

2- Extension du modelage de consigne à un système à dérivée généralisée explicite

- *Rappels sur les systèmes à dérivée généralisée*
- *Synthèse du modeleur ZV sur la réponse globale*

3- Etude de la robustesse du modeleur ZV appliqué à une commande CRONE de deuxième génération

- *Etude théorique*
- *Application à une commande CRONE deuxième génération*

4- Application sur un moteur à courant continu

- *Description et représentation du moteur*
- *Résultats*

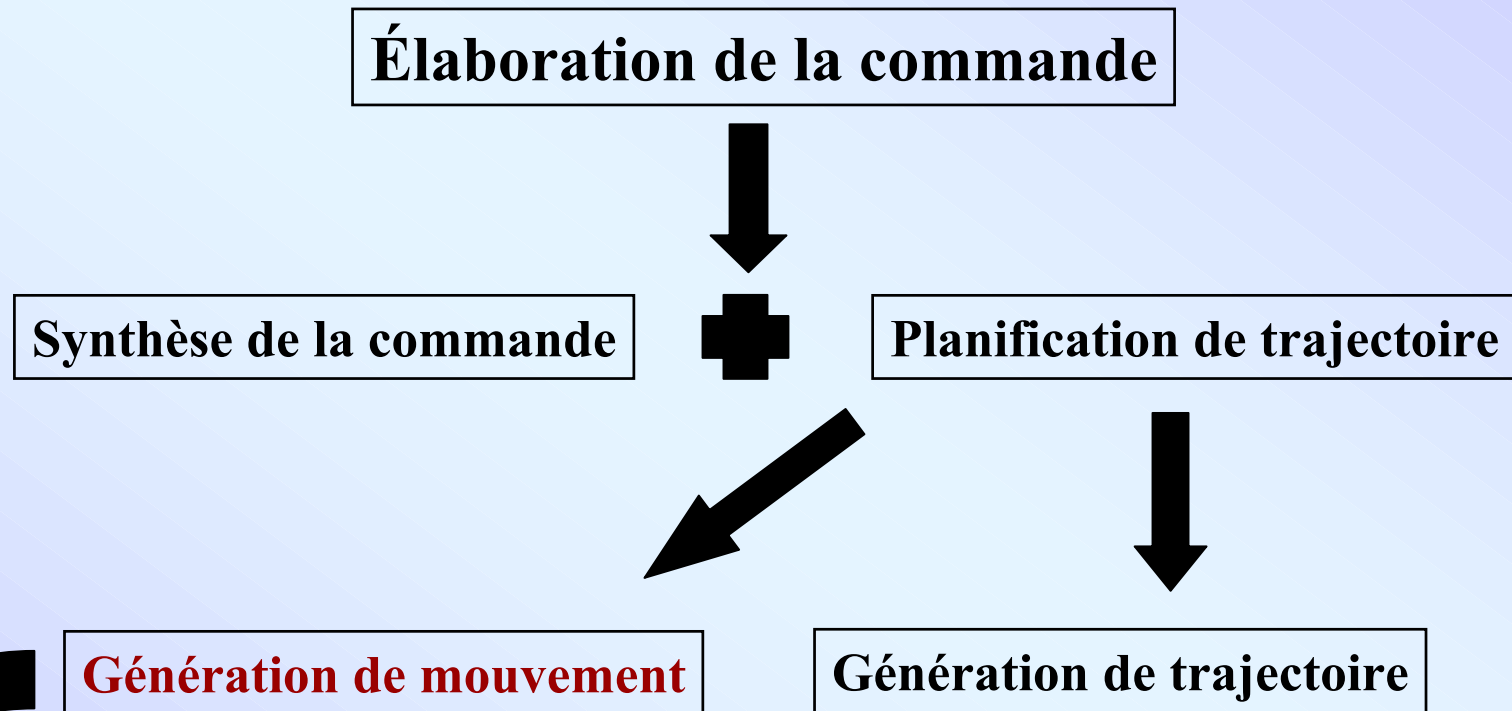
5- Conclusion et perspectives

1. Principe du modelage de consigne



Problématique

1.1 - Problématique



But: trouver une consigne optimale pour suivre un chemin donné

- en évitant les saturations
- en minimisant le temps de réponse

1.1 - Problématique

Performances des systèmes mécaniques

- **modèle mécanique**
- **de l'environnement opérationnel**
- **système de commande**



- **suivi de trajectoire**
- **suppression d'oscillations résiduelles**
- **évitement d'obstacles**
- **rejet de perturbation**

1.1 - Problématique

PROBLEME: la flexibilité des systèmes  oscillations résiduelles

SOLUTIONS



- augmenter la rigidité du système mécanique
- augmenter l'amortissement de la commande du système
- utiliser des capteurs et actionneurs supplémentaires
- **utiliser des consignes de références modelées spécifiquement**



Singer et Seering: le "preshaping"

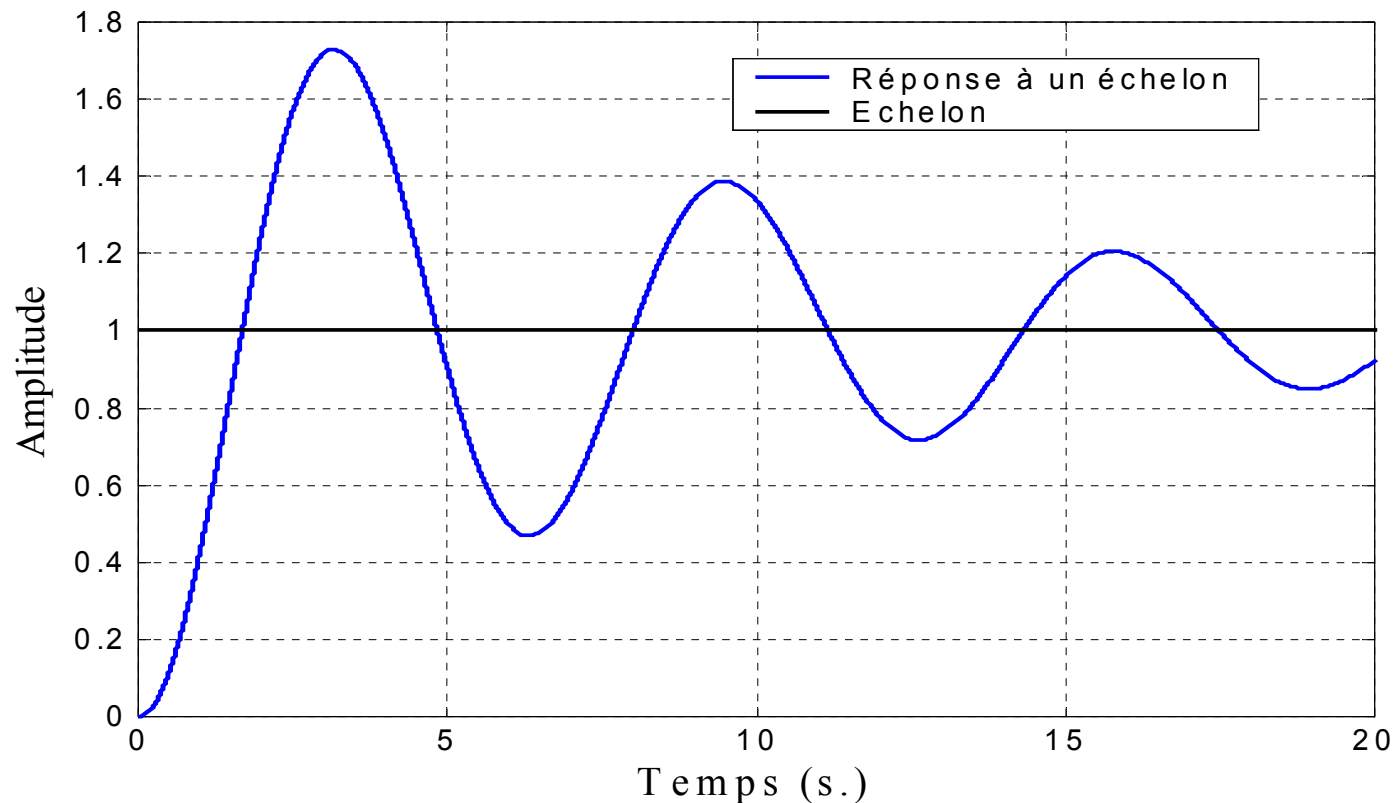


Méthode du preshaping

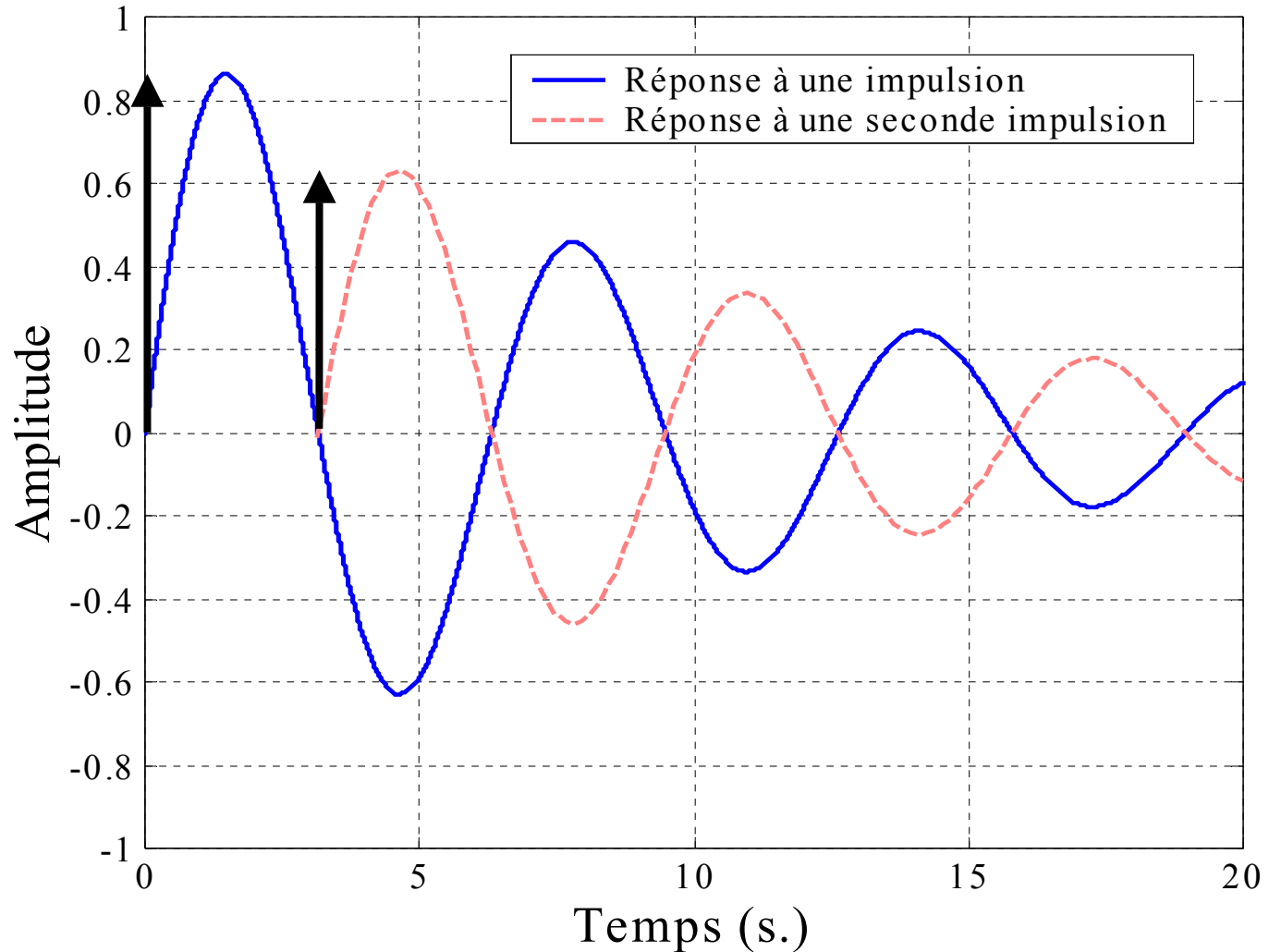
1.2 - Méthode du preshaping

Preshaping:

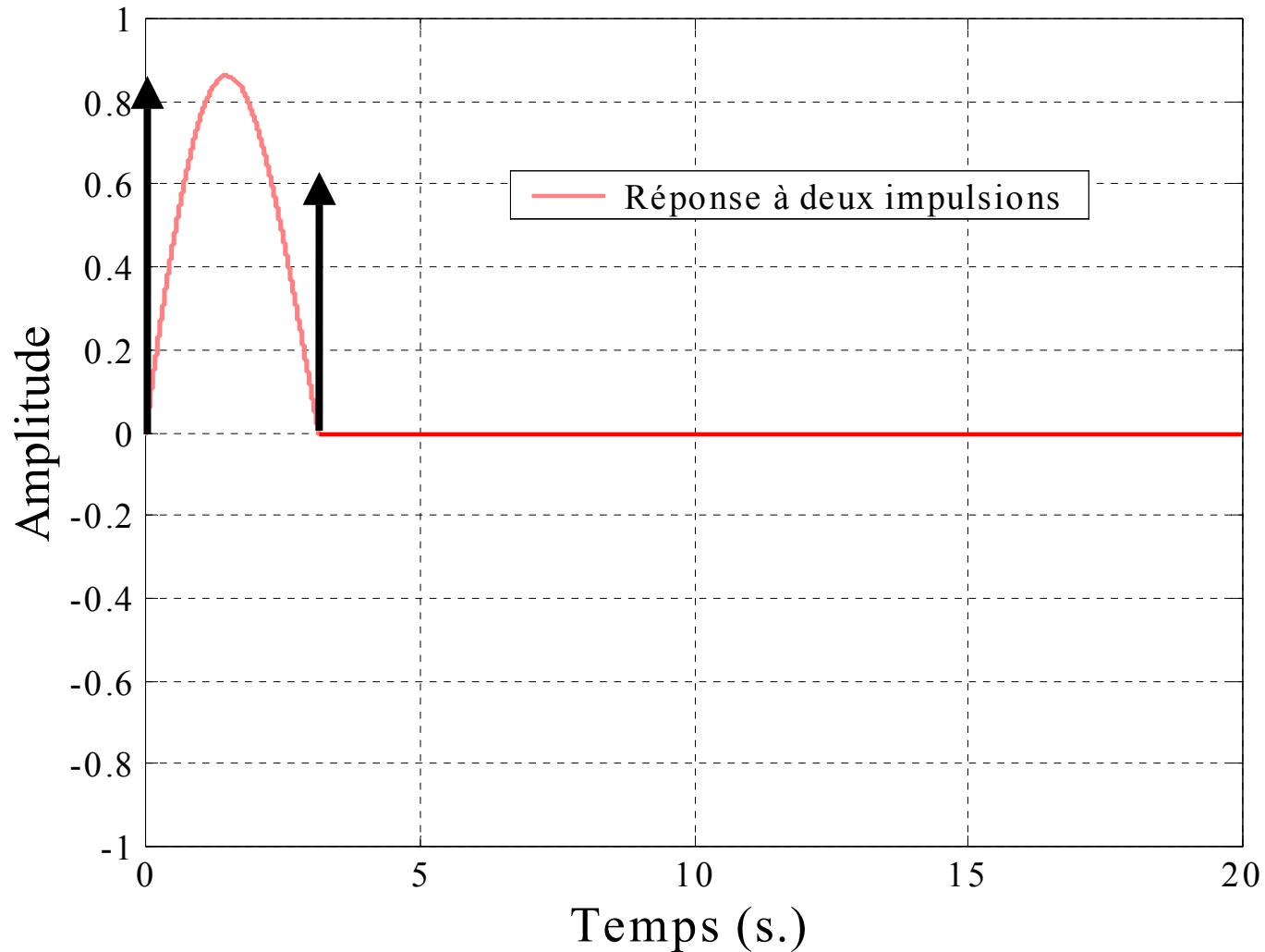
- but: éliminer les oscillations résiduelles
- la méthode ne s'applique qu'aux systèmes du 2nd ordre (pour les systèmes d'ordre supérieure, le système peut toujours être décomposé en une cascade de cellules du second ordre)



1.2 - Méthode du preshaping



1.2 - Méthode du preshaping



1.2 - Méthode du preshaping

Mathématiquement, un modeleur est un train d'impulsions

une impulsion

amplitude

instant d'application

déterminés en résolvant un système d'équations de contraintes

- contraintes sur l'oscillation résiduelle

➔ pour imposer une oscillation résiduelle inférieure ou égale à une valeur désirée

- contrainte de robustesse

➔ pour réduire la sensibilité du modeleur aux erreurs de modélisation

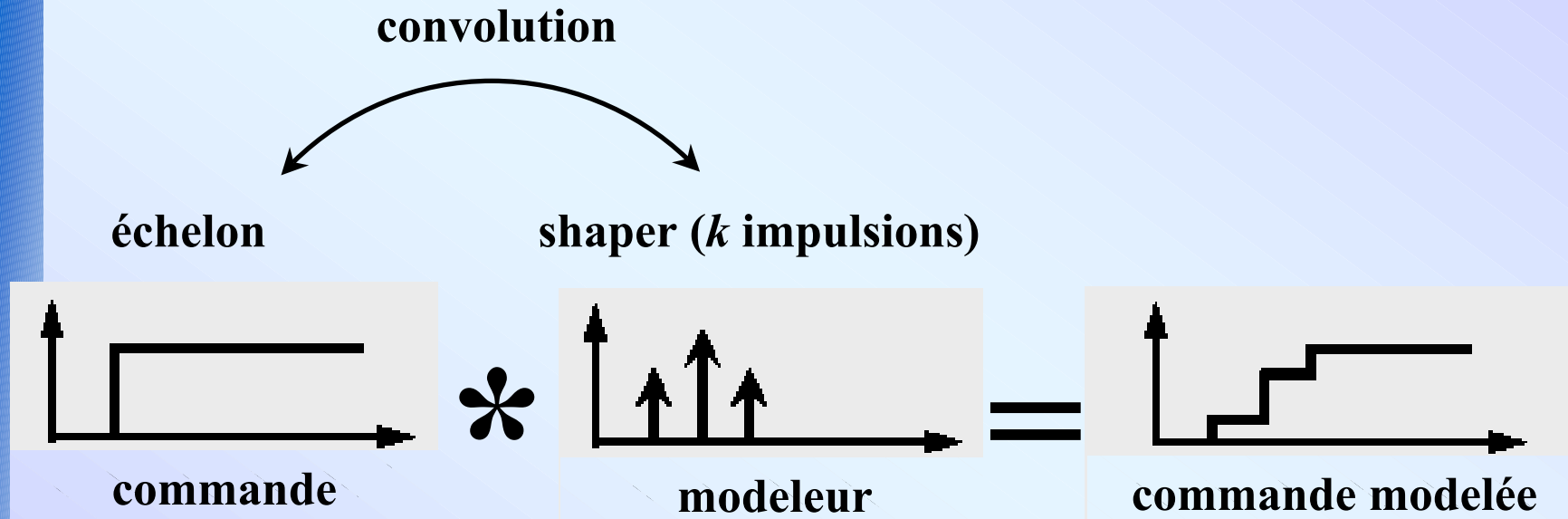
- contraintes sur les amplitudes des impulsions

➔ pour ne pas saturer les actionneurs

- contrainte pour un temps optimal

➔ pour que le modeleur impose un temps de réponse minimum

1.2 - Méthode du preshaping



1.2 - Méthode du preshaping

- réponse impulsionnelle d'un système du 2^{ème} ordre:

$$y(t) = \left[A \frac{\omega_0}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_0(t-t_1)} \right] \sin \left(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} (t-t_1) \right)$$

- réponse impulsionnelle d'un système du 2^{ème} ordre à plusieurs impulsions:

$$y(t) = A_{amp} \sin(\alpha t + \Psi)$$

$$\text{avec } \begin{cases} A_{amp} = \sqrt{\left(\sum_{j=1}^N B_j \cos \varphi_j \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^N B_j \sin \varphi_j \right)^2} \\ \varphi_j = \omega \sqrt{1-\xi^2} t_j \end{cases}$$

1.2 - Méthode du preshaping

- **élimination des oscillations:**

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N A_j e^{-\xi\omega(t_N-t_j)} \sin(t_j\omega\sqrt{1-\xi^2}) = 0 \\ \sum_{j=1}^N A_j e^{-\xi\omega(t_N-t_j)} \cos(t_j\omega\sqrt{1-\xi^2}) = 0 \end{cases}$$



- **contrainte sur les amplitudes:** $\sum_{j=1}^N A_j = 1$ avec $A_j \geq 0$

1.2 - Méthode du preshaping

Pour $N=2$, un modeler à 2 impulsions est obtenu  Zero Vibration ou ZV

Coefficients du modeler ZV:

$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = 0 \quad , \quad A_1 = \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{\xi\omega}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)} \\ t_2 = \frac{\pi}{\omega\sqrt{1-\xi^2}} \quad , \quad A_2 = 1 - \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{\xi\omega}{\sqrt{1-\xi^2}}\right)} \end{array} \right.$$

inconvenient

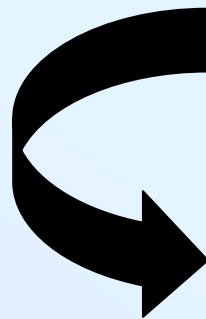
Le système doit être parfaitement connu

⇒ nécessité de concevoir un modeler plus robuste

1.2 - Méthode du preshaping

Pour améliorer la robuste aux variations paramétriques:

dérivation /
fréquence propre
ou
facteur d'amortissement



$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N A_j e^{-\xi\omega(t_N-t_j)} \sin(t_j \omega \sqrt{1-\xi^2}) = 0 \\ \sum_{j=1}^N A_j e^{-\xi\omega(t_N-t_j)} \cos(t_j \omega \sqrt{1-\xi^2}) = 0 \\ \sum_{j=1}^N A_j (t_j)^q e^{-\xi\omega(t_N-t_j)} \sin(t_j \omega \sqrt{1-\xi^2}) = 0 \\ \sum_{j=1}^N A_j (t_j)^q e^{-\xi\omega(t_N-t_j)} \cos(t_j \omega \sqrt{1-\xi^2}) = 0 \end{array} \right.$$

→ ces modeleurs sont appelés: Zéro Vibration (Derivative)^q ou ZV(D)^q



inconvénient: le temps de réponse est augmenté

1.3 - Conclusion

- **Inconvénient:**
 - ➔ **temps de réponse augmenté de la durée du modeleur**
- **Avantages:**
 - ➔ **réduction des oscillations**
 - ➔ **robustesse**
 - ➔ **optimalité temporelle**
 - ➔ **consignes réalisables**

2. Extension du modelage de consigne d'un système à dérivée généralisée explicite

*Rappels
sur les systèmes à dérivée généralisée explicite*

2.1 - Rappels sur les systèmes à dérivée généralisée explicite

- un système à dérivée généralisée explicite est décrit par la fonction de transfert:

$$F(p) = \frac{1}{1 + (\tau p)^n} \quad \text{avec} \quad \tau \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad n \in \mathbb{C}$$

- en utilisant les méthodes d'intégration des fonctions multiformes par les résidus, la **réponse indicielle unitaire** s'écrit:

$$s(t) = 1 - \left\{ \frac{\tau^n \sin n\pi}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{x^{n-1} e^{-xt} dx}{1 + 2(\tau x)^n \cos n\pi + (\tau x)^{2n}} \right\} u(t) \\ - \left\{ \frac{2}{n} \tau^{-1} e^{t\tau^{-1} \cos \frac{\pi}{n}} \cos \left(t\tau^{-1} \sin \frac{\pi}{n} \right) \right\} u(t)$$

2.1 - Rappels sur les systèmes à dérivée généralisée explicite

Réponse impulsionnelle d'un système à dérivée généralisée explicite:

multimode apériodique

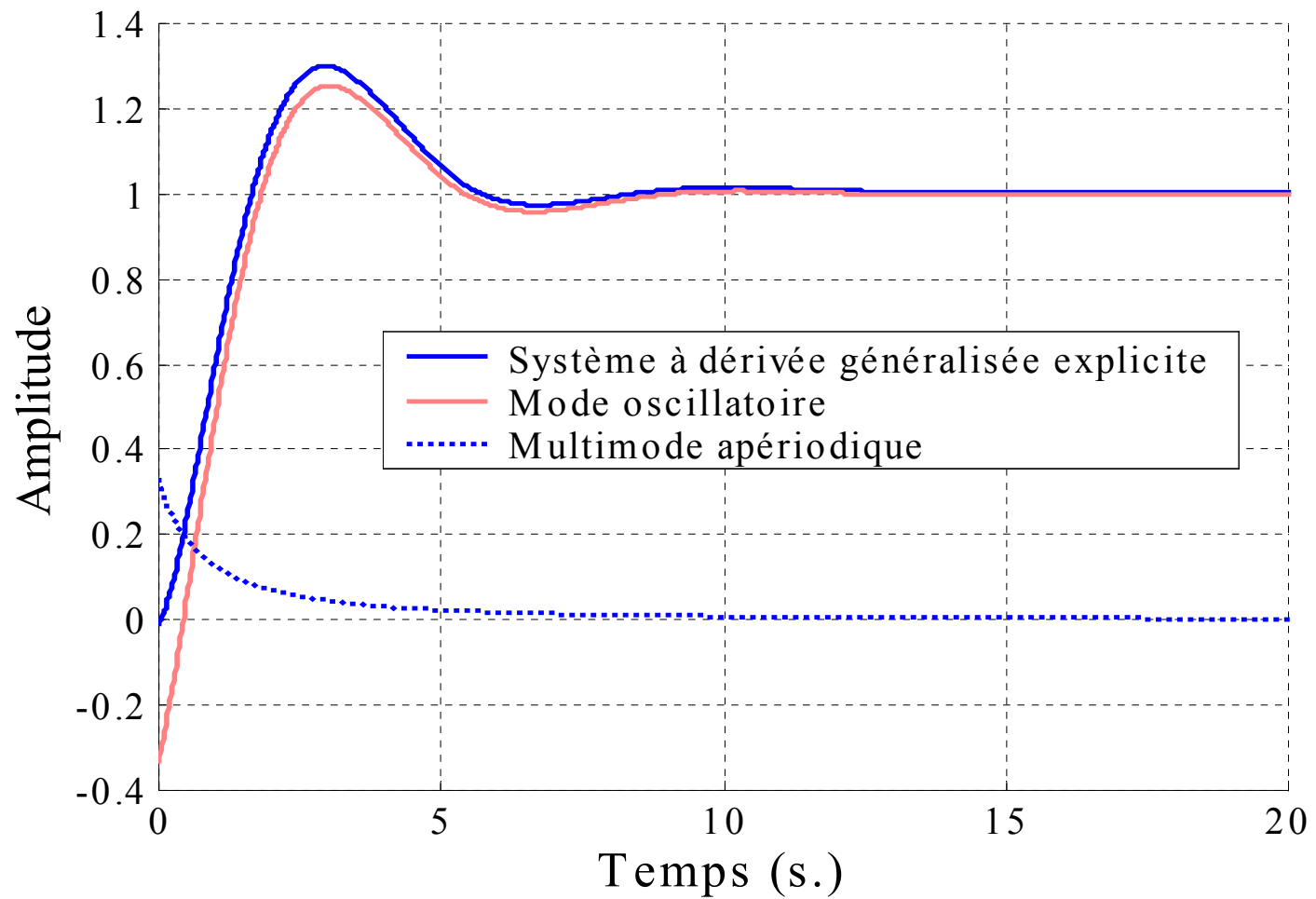
$$s(t) = \left\{ \frac{\tau^n \sin n\pi}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{x^n e^{-xt} dx}{1 + 2(\tau x)^n \cos n\pi + (\tau x)^{2n}} \right\} u(t)$$

$$- \left\{ \frac{2}{n} \tau^{-1} e^{t\tau^{-1} \cos \frac{\pi}{n}} \cos \left(t\tau^{-1} \sin \frac{\pi}{n} + \frac{\pi}{n} \right) \right\} u(t)$$

mode oscillatoire

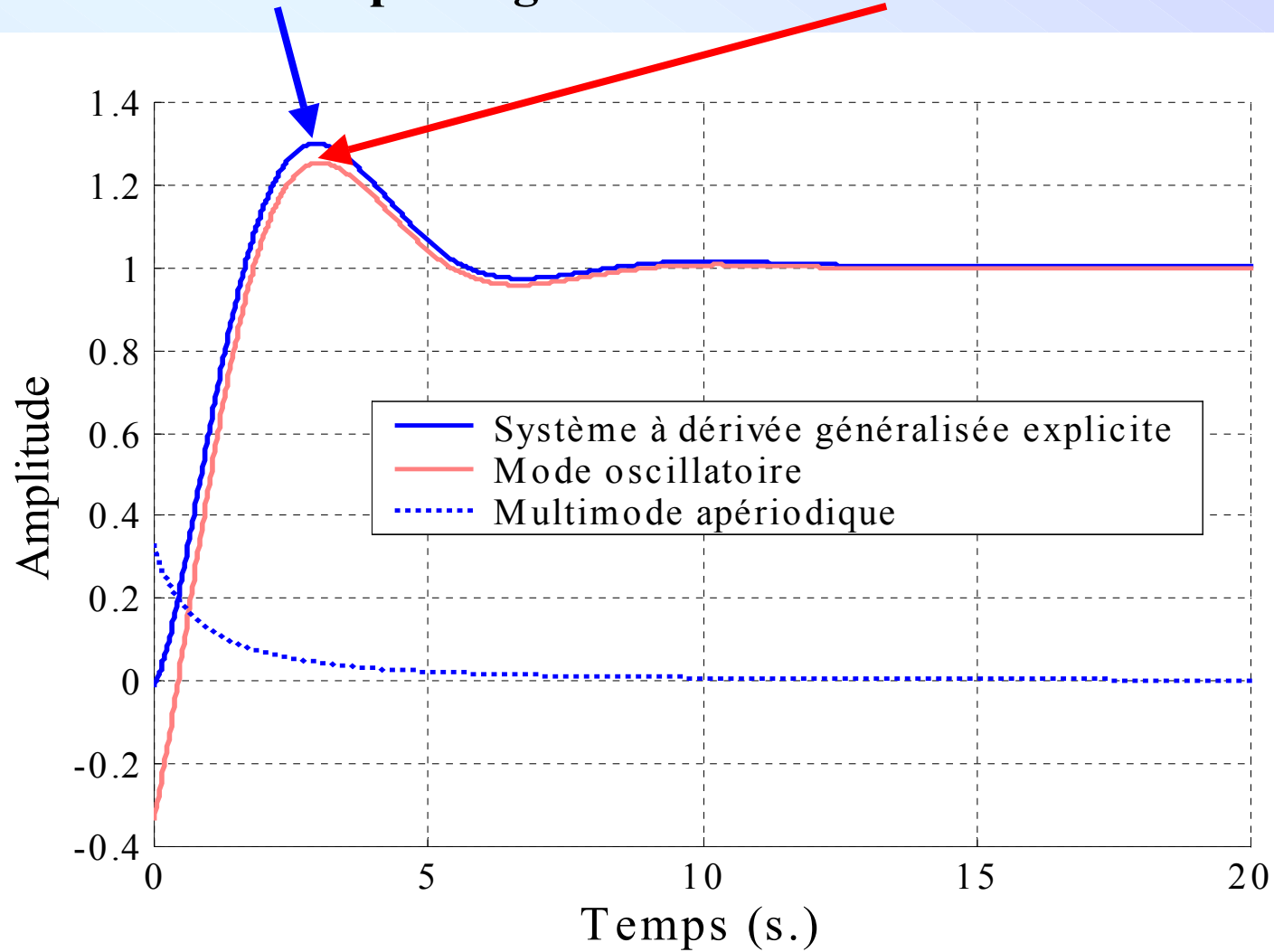
2.1 - Rappels sur les systèmes à dérivée généralisée explicite

Décomposition de la réponse indicielle unitaire:



2.1 - Rappels sur les systèmes à dérivée généralisée explicite

maximum de la réponse globale \neq maximum du mode oscillatoire



2.1 - Rappels sur les systèmes à dérivée généralisée explicite

maximum de la réponse globale \neq maximum du mode oscillatoire



- **une étude temporelle sur la réponse globale du système**
- **une étude temporelle sur la partie oscillatoire**

*Synthèse du modèleur ZV
sur la réponse globale*

2.2 - Synthèse du modèleur sur la réponse globale

$$y(t) = \left\{ \frac{\tau^n \sin n\pi}{\pi} \int_0^\infty \frac{x^n e^{-xt} dx}{1 + 2(\tau x)^n \cos n\pi + (\tau x)^{2n}} \right\} u(t) \\ - \left\{ \frac{2}{n} \tau^{-1} e^{t\tau^{-1} \cos \frac{\pi}{n}} \cos \left(t\tau^{-1} \sin \frac{\pi}{n} + \frac{\pi}{n} \right) \right\} u(t)$$

expression trop complexe

- réponse indicielle unitaire:

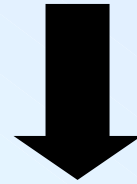
$$y_{ind}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{\tau^{n(i+1)}} \frac{t^{n(i+1)}}{\Gamma(n(i+1)+1)} \cdot u(t)$$

- réponse impulsionnelle unitaire:

$$y_{imp}(t) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{\tau^{n(i+1)}} \frac{t^{n(i+1)-1}}{\Gamma(n(i+1))} \cdot u(t)$$

2.2 - Synthèse du modèleur sur la réponse globale

zéros de la réponse impulsionnelle



méthode de H.J. Hamilton

$$s(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k \quad \text{avec} \quad a_k = \frac{(-1)^k}{\Gamma((k+1)n)}$$

$$t_2 = - \left(\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{a_0 R_{m-1}}{R_m} \right) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} R_m = \sum_{p=1}^m (-1)^{(p-1)} a_p a_0^{(p-1)} R_{m-p} \\ R_0 = 1 \end{cases}$$

2.2 - Synthèse du modèleur sur la réponse globale

- instants d'application des impulsions:

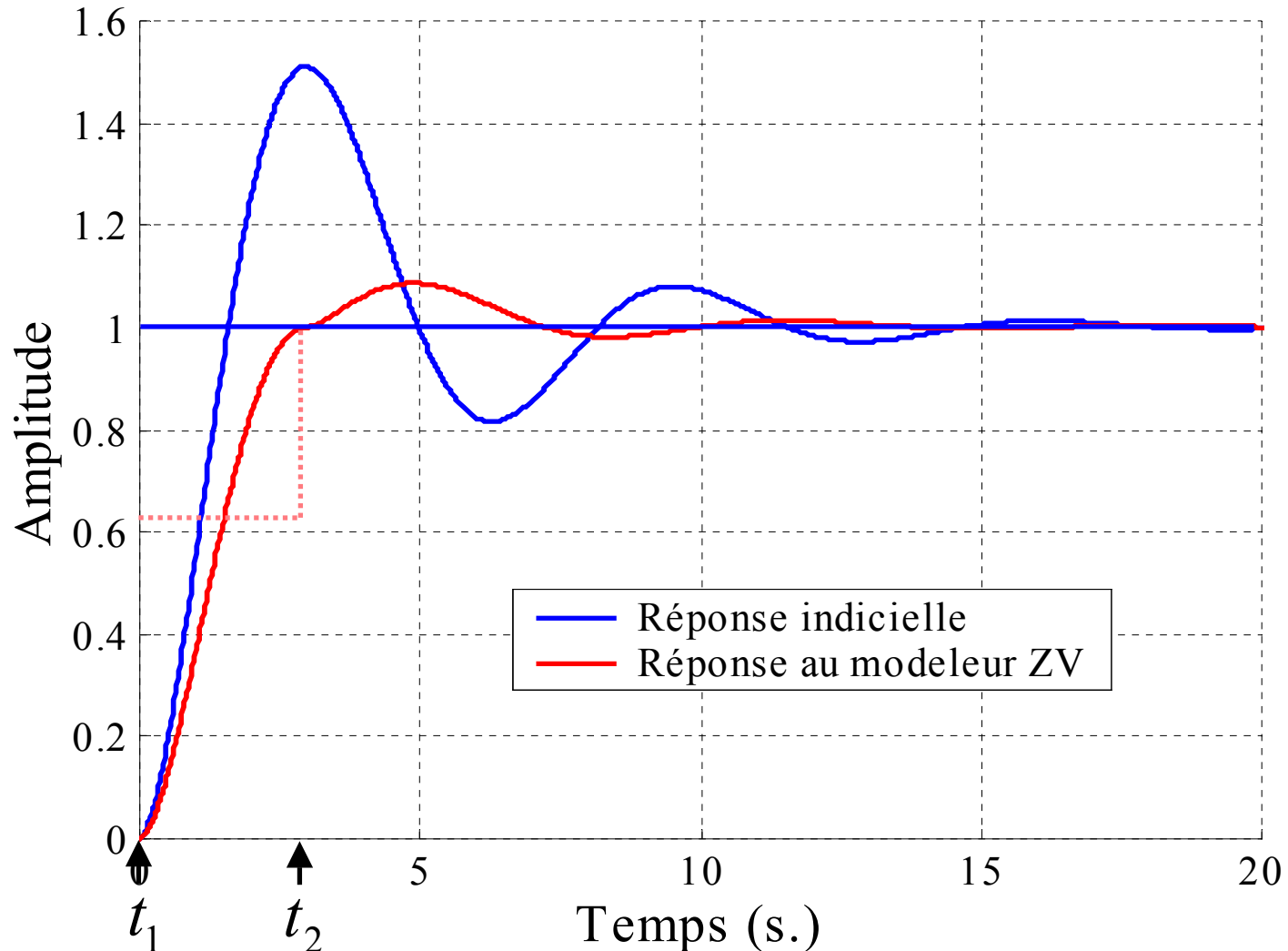
$$\left\{ \begin{array}{l} t_1 = 0 \\ t_2 = \tau \left(-22.90 + 16.38 * n + 18.65 * (n - 2)^2 + 13.88 * (n - 2)^3 + \right. \\ \quad \left. 9.20 * (n - 2)^4 + 4.36 * (n - 2)^5 + 2.33 * (n - 2)^6 + 0.62 * (n - 2)^7 \right. \\ \quad \left. + 0.48 * (n - 2)^8 \right)^{1/n} \end{array} \right.$$

- amplitudes des impulsions:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_1 = \frac{1}{1+D} \\ A_2 = \frac{D}{1+D} \end{array} \right. \quad \text{où} \quad D = \frac{a.n^2 + bn + c}{100} \quad \text{Indépendants de } \tau$$

$$\text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} a = 79.195 \\ b = -138.507 \\ c = 59.528 \end{array} \right.$$

2.2 - Synthèse du modeler sur la réponse globale



**3. Étude de la robustesse du modèleur ZV
appliqué à un système à dérivée généralisée
explicite**

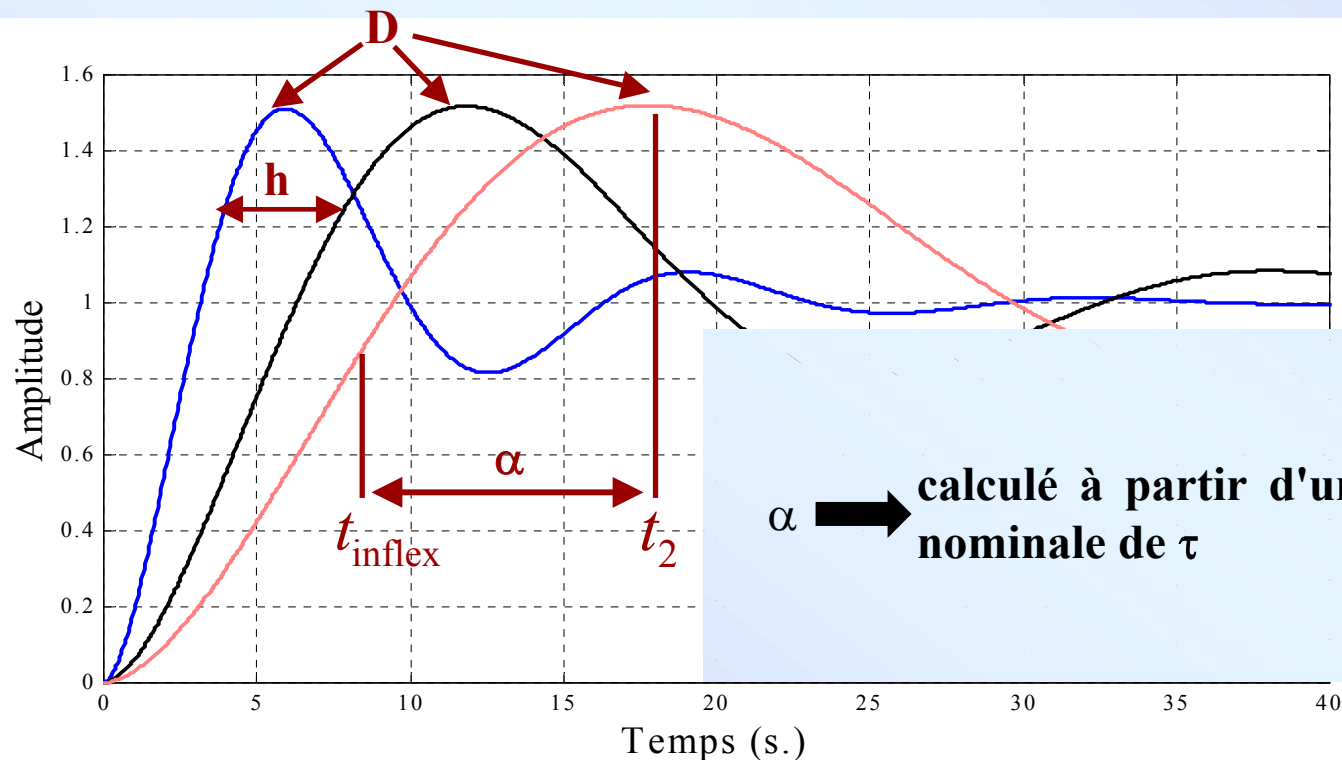
Étude théorique

3.1 - Étude théorique

(Présentation de la méthode)

Trois propriétés fondamentales (n donné et $\forall \tau$):

- quasi-invariance du premier dépassement **D**
- existence d'un facteur d'homothétie **h** entre les différentes réponses indicielles
- existence d'un facteur **α** constant entre les instants correspondants au maximum et au point d'inflexion de la réponse indicielle



α → calculé à partir d'une valeur nominale de τ

3.1 - Étude théorique

(Présentation de la méthode)

Pour calculer le facteur α , 2 instants nominaux doivent être calculés:

- $t_{inflex,nom}$: correspondant au **premier point d'inflexion** de la réponse indicielle

$$\frac{dy_{imp}(t)}{dt} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i (n(i+1)-1)t^{n(i+1)-2}}{\tau^{n(i+1)} \Gamma(n(i+1))} u(t)$$



premier zéro: déterminé par la méthode d'Hamilton

- $t_{2,nom}$: correspondant à l'**instant du maximum** de la réponse indicielle

$$\left\{ \begin{array}{l} t_{inflex,nom} = \tau \left(-9.18 + 5.82 * n + 6.661070 * (n-2)^2 + 5.57 * (n-2)^3 + 3.57 * (n-2)^4 + \right. \\ \quad \left. 1.92 * (n-2)^5 + 0.88 * (n-2)^6 + 0.35 * (n-2)^7 + 0.13 * (n-2)^8 \right)^{1/n} \\ t_{2,nom} = \tau \left(-22.90 + 16.38 * n + 18.65 * (n-2)^2 + 13.88 * (n-2)^3 + \right. \\ \quad \left. 9.20 * (n-2)^4 + 4.36 * (n-2)^5 + 2.33 * (n-2)^6 + 0.62 * (n-2)^7 + 0.48 * (n-2)^8 \right)^{1/n} \end{array} \right.$$

3.1 - Étude théorique

(Présentation de la méthode)

D'après $t_{inflex,nom}$ et $t_{2,nom}$, α s'écrit:

$$\alpha = \frac{t_{2,nom}}{t_{inflex,nom}} = 2 * \frac{-0.25e^{19} * n + 0.23e^{19} * n^4 - 0.39e^{19} * n^3 - 0.95e^{18} * n^5 + 0.41e^{19} * n^2 - 0.35e^{17} * n^7 + 0.24e^{18} * n^6 + 0.24e^{16} * n^8 + 0.71e^{18}}{-0.57e^{18} * n + 0.83e^{18} * n^4 - 0.12e^{19} * n^3 - 0.37e^{18} * n^5 + 0.11e^{19} * n^2 - 0.17e^{17} * n^7 + 0.10e^{18} * n^6 + 0.13e^{16} * n^8 + 0.12e^{18}}$$

facteur α \Rightarrow

- indépendant de τ
- constant pour n donné

3.1 - Étude théorique

(Présentation de la méthode)

Problème: *variation de la pulsation*

- inconnus: coefficients du modèleur
- variable connu: **facteur α**

instants d'application
amplitudes des impulsions

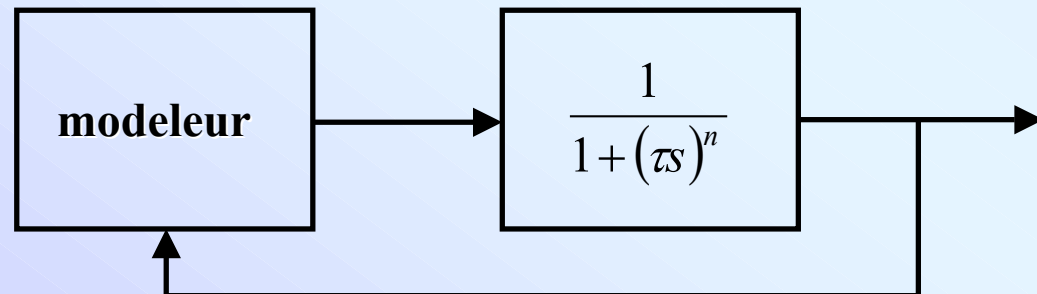
indépendantes de τ

⇒ seuls les instants doivent être calculés en temps réel

Solution: *détection de l'instant du point d'inflexion en temps réel: t_{inflex}*

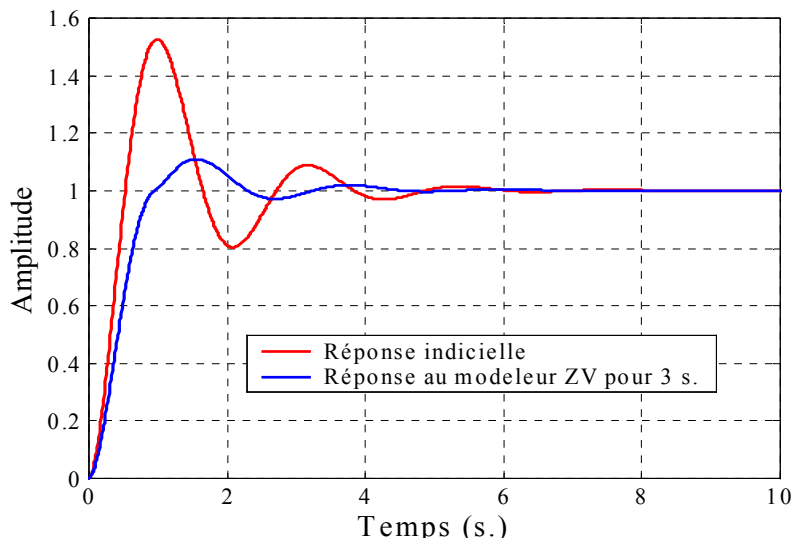
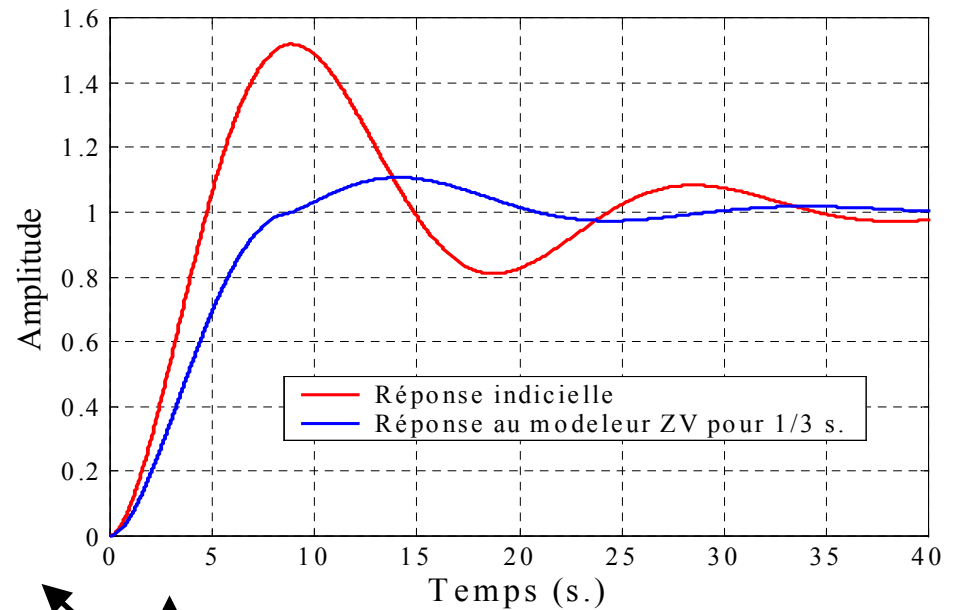
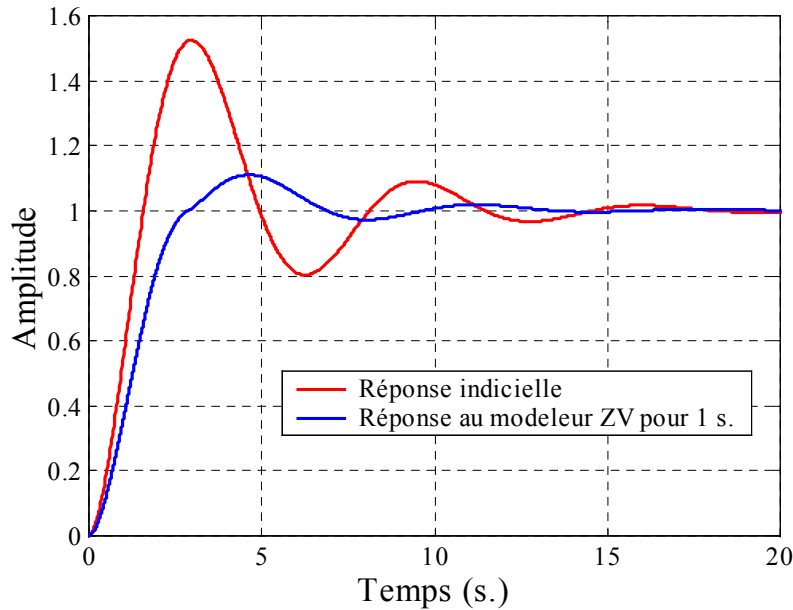
➔ les instants d'application sont $\begin{cases} t_1 = 0 \\ t_2 = \alpha \cdot t_{\text{inflex}} \end{cases}$

Diagramme bloc:



3.1 - Étude théorique

(Présentation de la méthode)



simulations pour τ variant d'un facteur 9

$$n=1,7$$

$$\tau_{nom}=1s$$

intérêt: robustesse de la commande modelée

*Application à une commande
CRONE deuxième génération*

3.2 - Application à une commande CRONE 2^{ème} génération

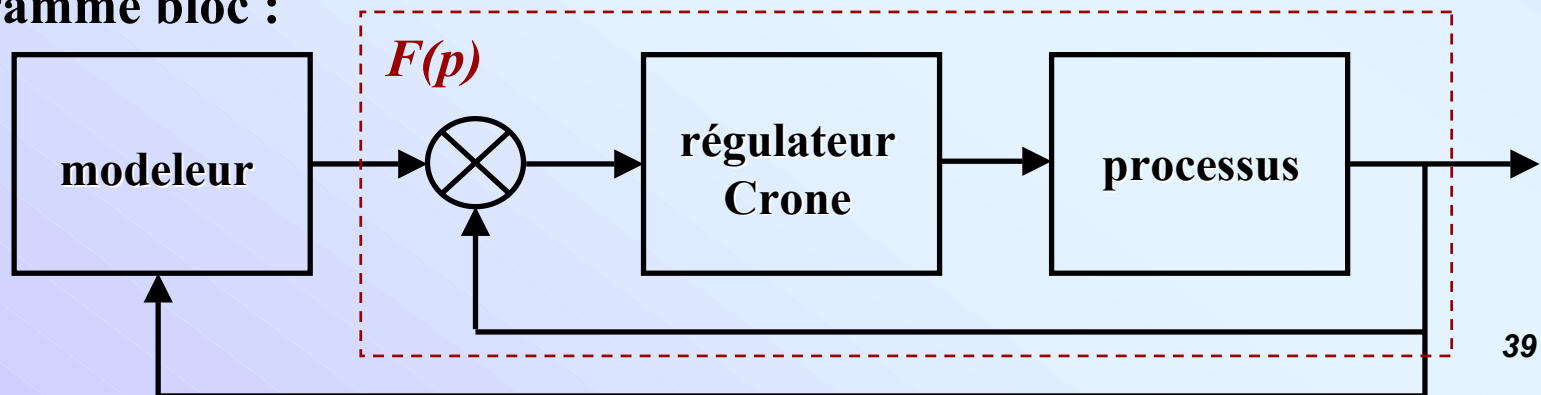
- la fonction de transfert d'une commande Crone deuxième génération est :

$$F(p) = \frac{1}{1 + (\tau p)^n} \quad \text{avec} \quad \tau \in R \quad \text{et} \quad n \in C$$

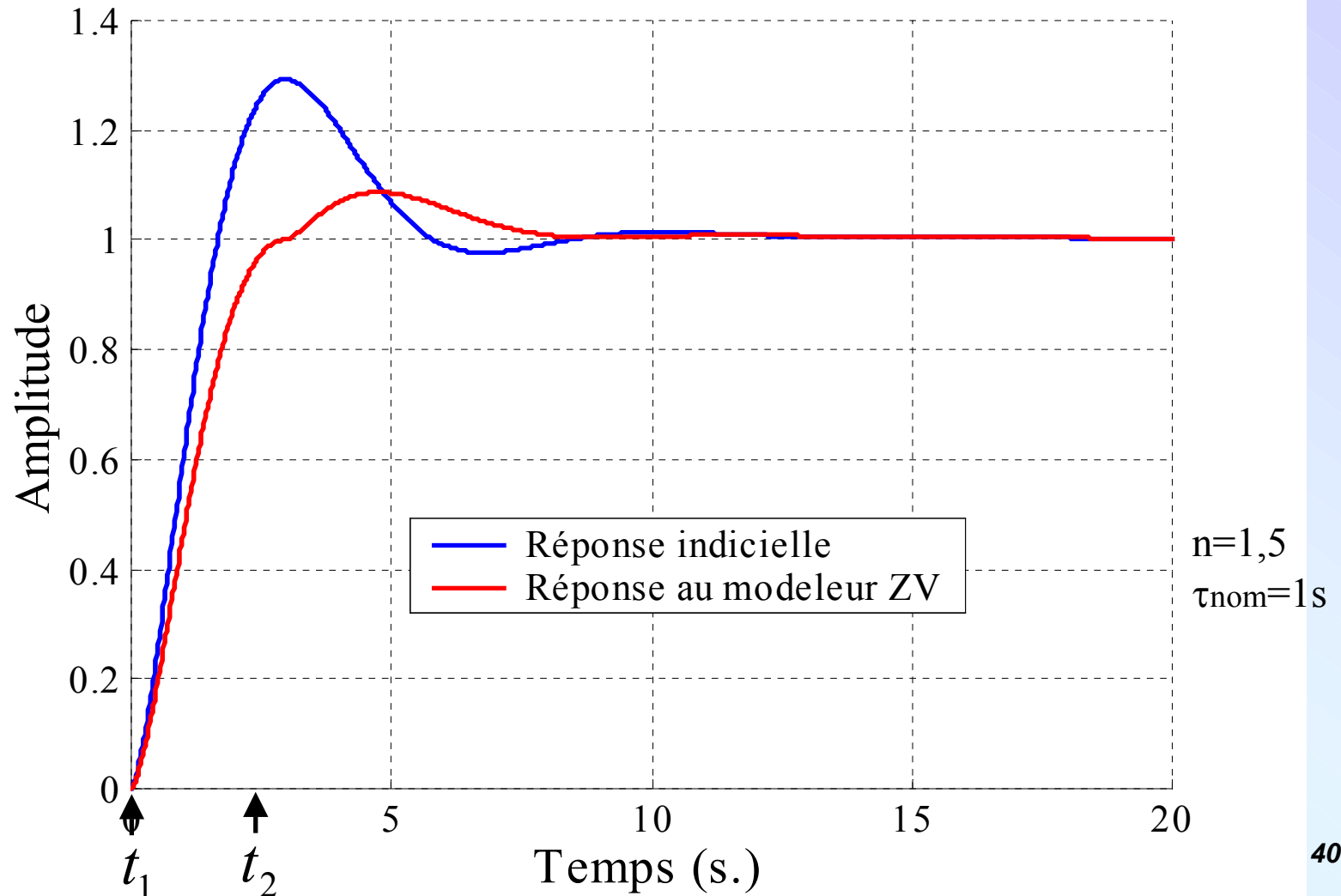
→ même forme qu'un système à dérivée généralisée explicite

En pratique, l'ordre fractionnaire $\rightarrow 1.3 < n < 1.5$

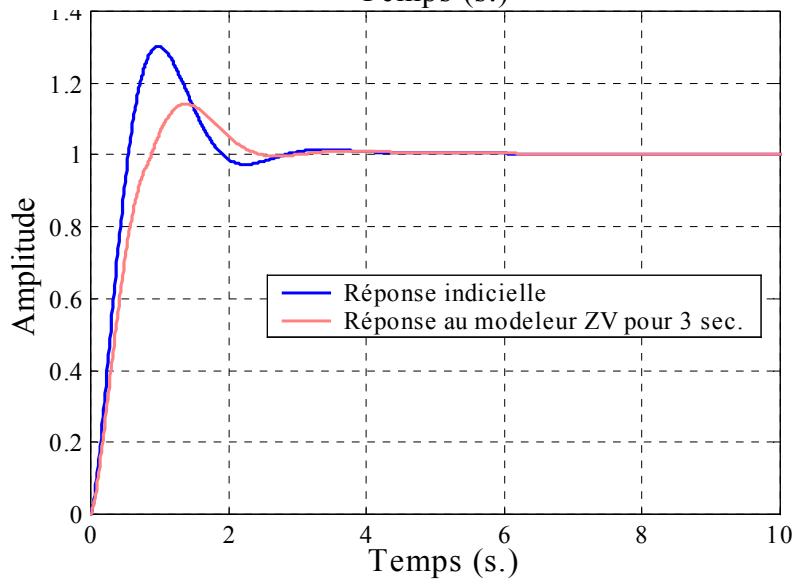
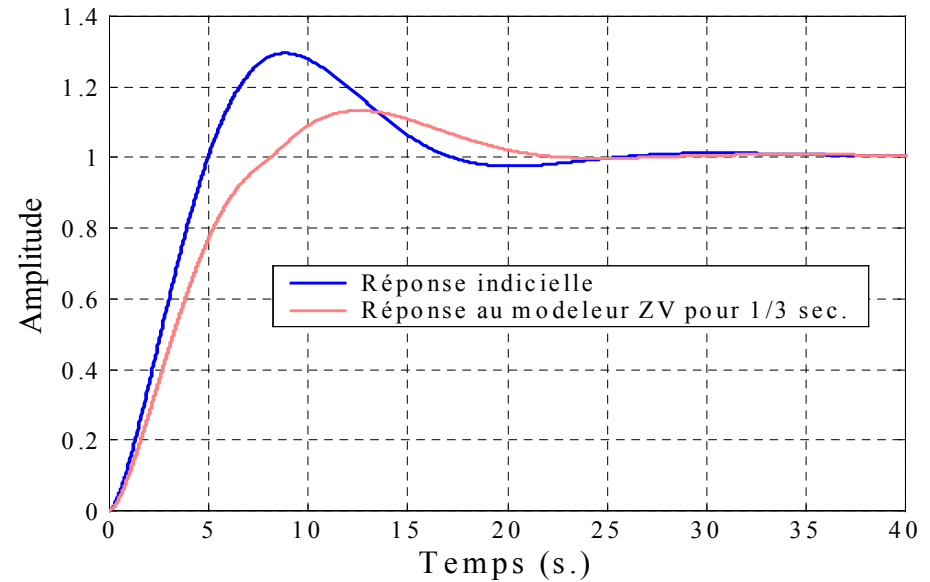
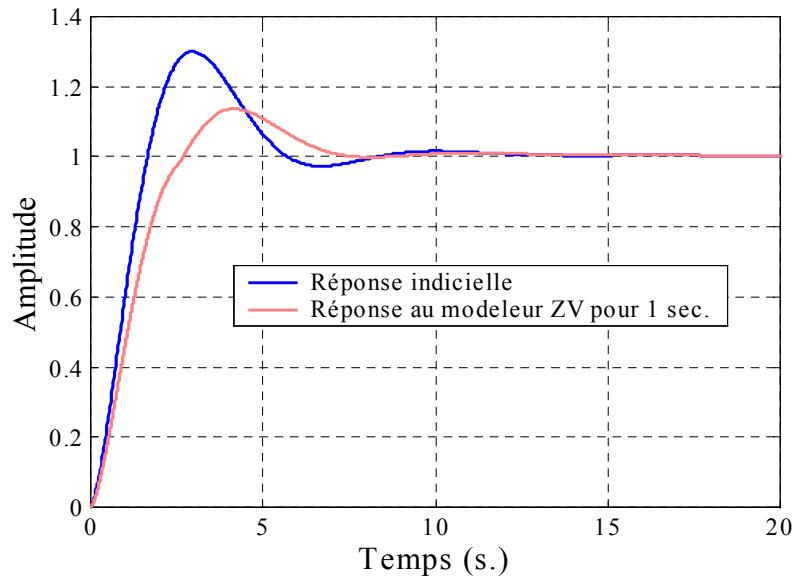
- diagramme bloc :



3.2 - Application à une commande CRONE 2^{ème} génération



3.2 - Application à une commande CRONE 2^{ème} génération



- **amélioration du suivi de consigne**
- **complément de la commande Crone de deuxième génération**
- **découplage des propriétés de la boucle de celles du suivi**

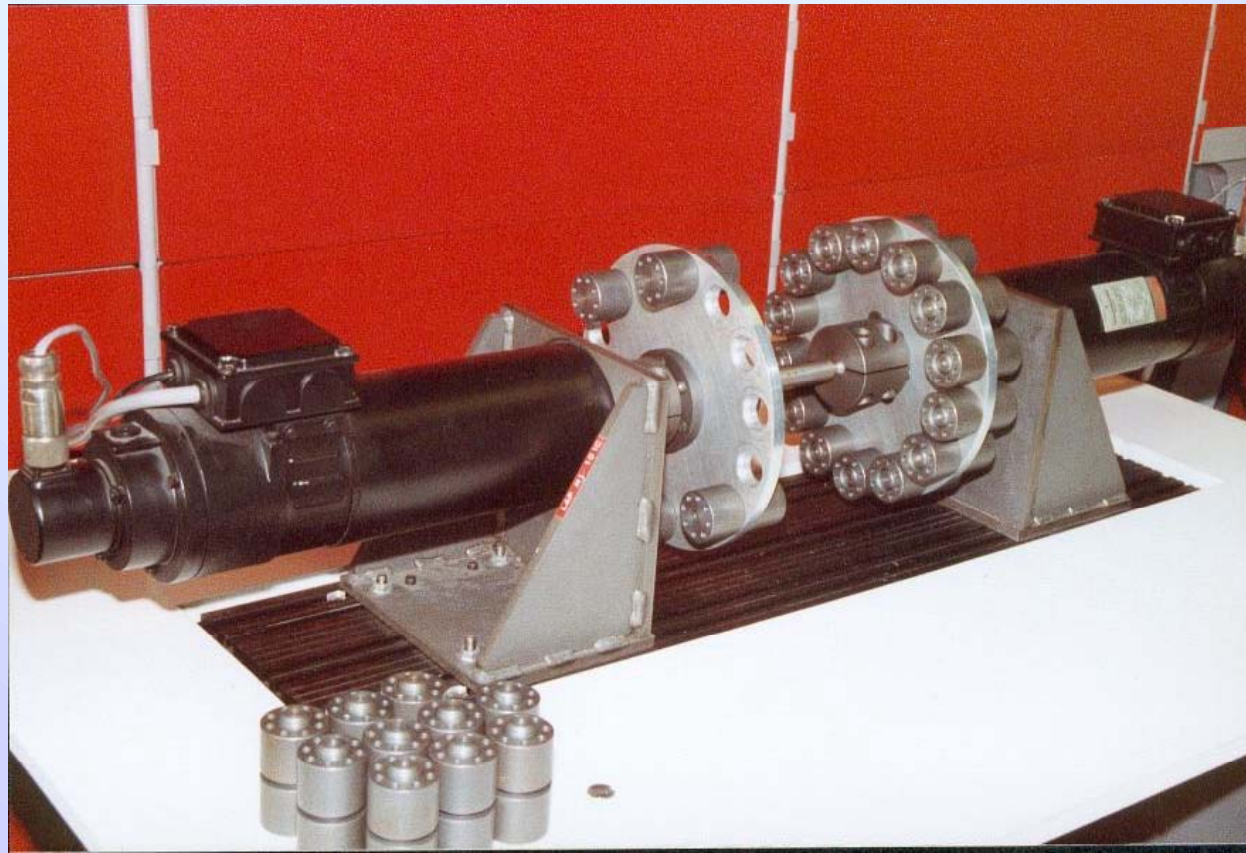
4. Application à un moteur à courant continu

*Description et représentation du
moteur à courant continu*

4.1 - Description et représentation du moteur

**Application du modeler ZV sur une commande Crone deuxième génération
(modeler ZV synthétisé sur la réponse globale)**

↪ **application à une commande en vitesse**



4.1 - Description et représentation du moteur

Principales caractéristiques du moteur :

- **2 moteurs à courant continu et servo-amplificateur**
- **carte entrée-sortie :**
 - CNA : 12 bits \Rightarrow -10V à +10V**
 - CAN : 0V à +10V \Rightarrow 12 bits**
- **codeurs incrémentaux : 10 000 pas par tours**
- **dynamos tachymétriques : 20V par 1000 tours par minutes puis conversion par carte ampli (10V pour 1790 tr/min)**
- **14 masselottes de masse 600g chacune**

4.1 - Description et représentation du moteur

Identification du banc d'essai :

$$G(s) = \frac{K_u}{[1 + s\tau_e][f_m + sJ_m]} \Rightarrow G(s) = \frac{2.34}{(1 + 0.0047s)(0.001s + J_m s)}$$

variations paramétriques \longrightarrow nombre de masselottes utilisé pour l'inertie



3 états paramétriques sont considérés :

- charge minimale (0 masselotte): $J_m = 0.012 \text{ kgm}^2$
- 50% de charge maximale (8 masselottes) : $J_m = 0.06 \text{ kgm}^2$ (modèle nominale)
- charge maximale (14 masselottes) : $J_m = 0.096 \text{ kgm}^2$

4.1 - Description et représentation du moteur

Cahier des charges :

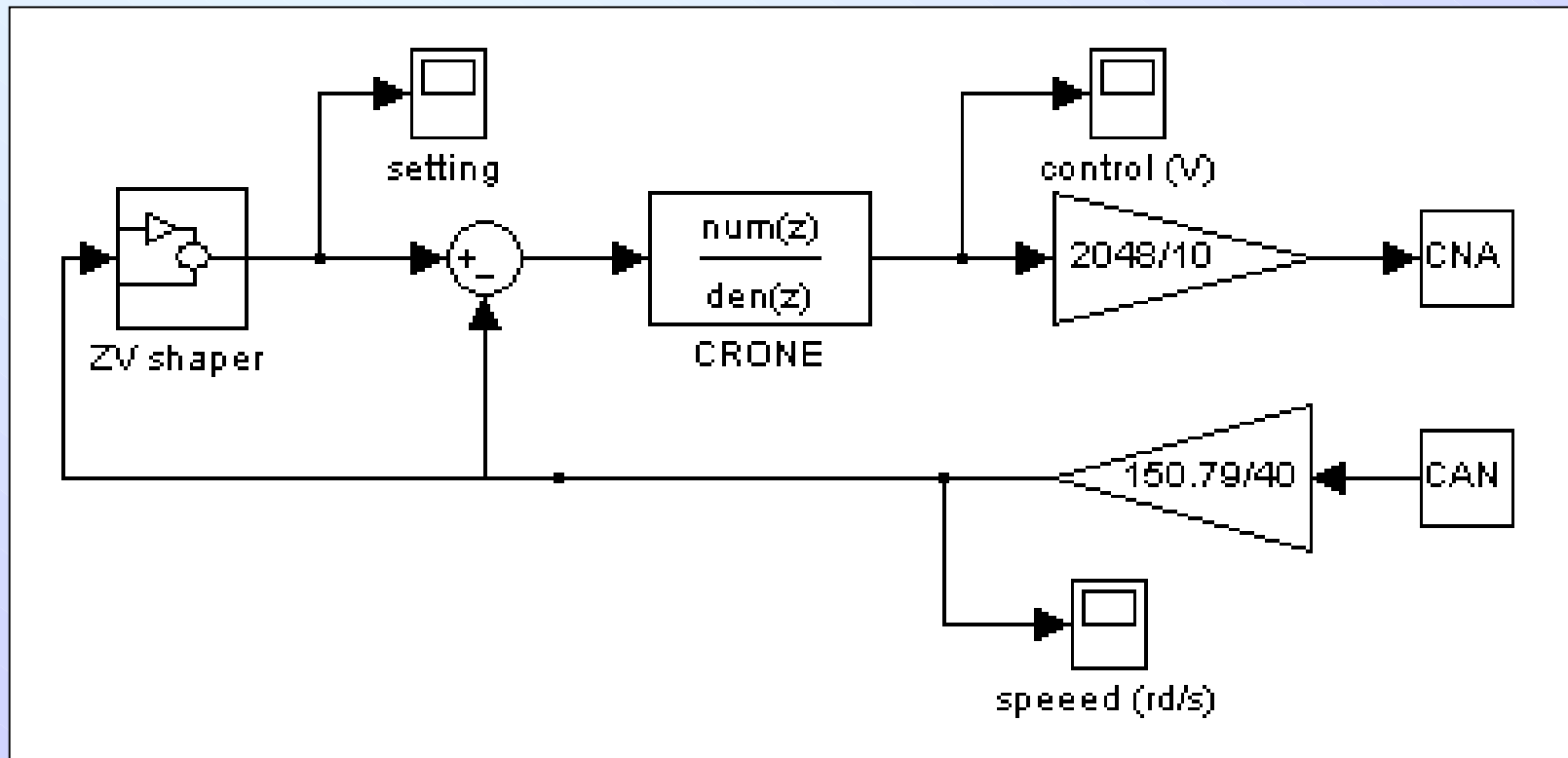
- commander le moteur malgré les variations d'inertie ($0.012 \text{ kgm}^2 \leq J_m \leq 0.096 \text{ kgm}^2$)
- assurer :
 - annulation de l'erreur statique
 - un premier dépassement de la réponse indicielle inférieure à 30%
 - un fonctionnement de l'asservissement en régime linéaire pour une variation de consigne de type échelon de 1/4 de tour
 - un temps de réponse d'environ 0,3s.

La fonction de transfert en boucle ouverte :

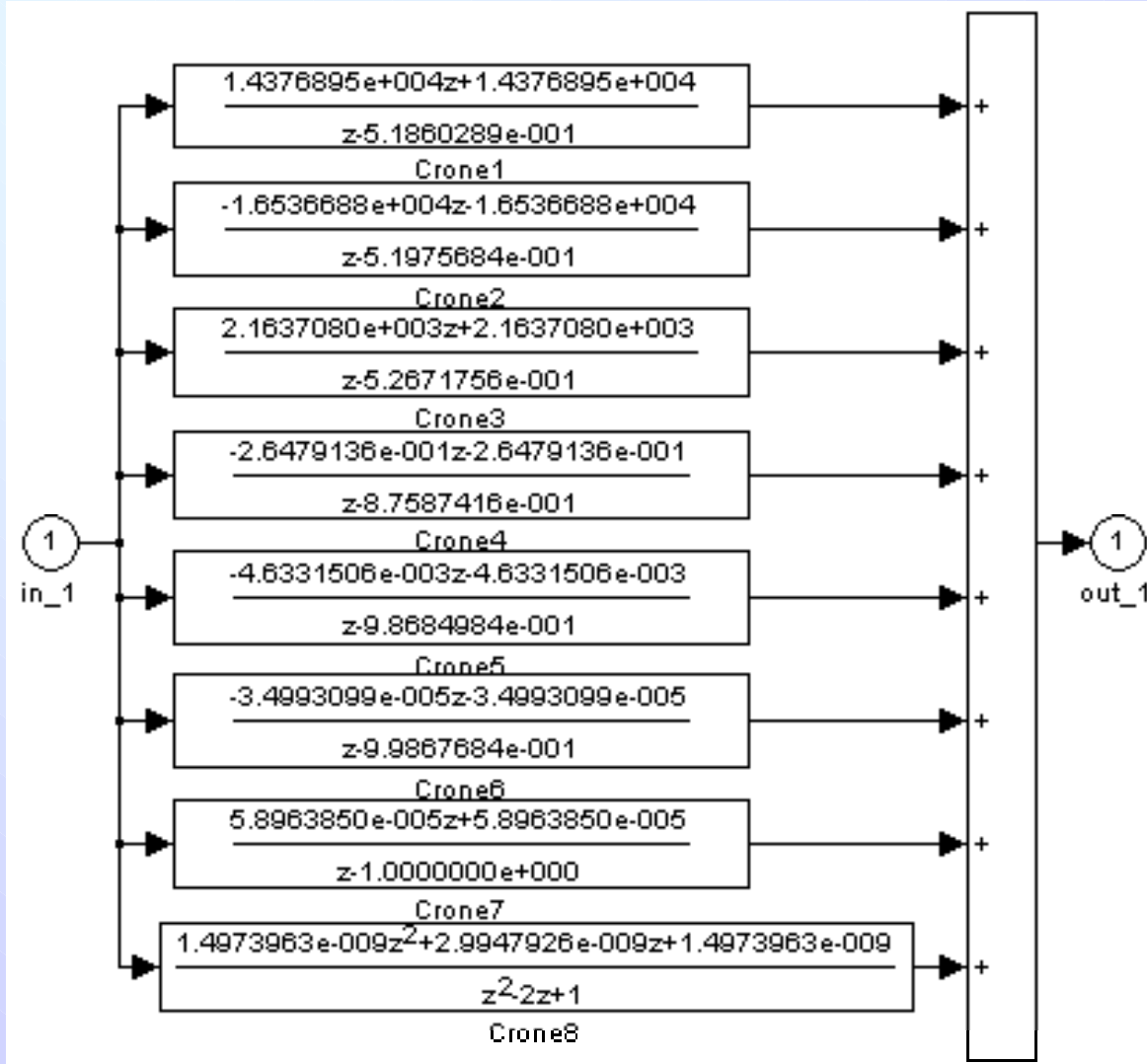
$$\beta(s) = K \left(\frac{\omega_l}{s} + 1 \right)^{n_l} \frac{\left(1 + \frac{s}{\omega_h} \right)^n}{\left(1 + \frac{s}{\omega_h} \right)^{n_h}} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_h} \right)^{n_h}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \omega_l = 0.36 \text{ rad / s} \\ \omega_h = 316 \text{ rad / s} \\ n_l = 1 \\ n_h = 2 \\ n = 1.36 \end{cases}$$

4.1 - Description et représentation du moteur

Le schéma de commande pour correcteur Crone :



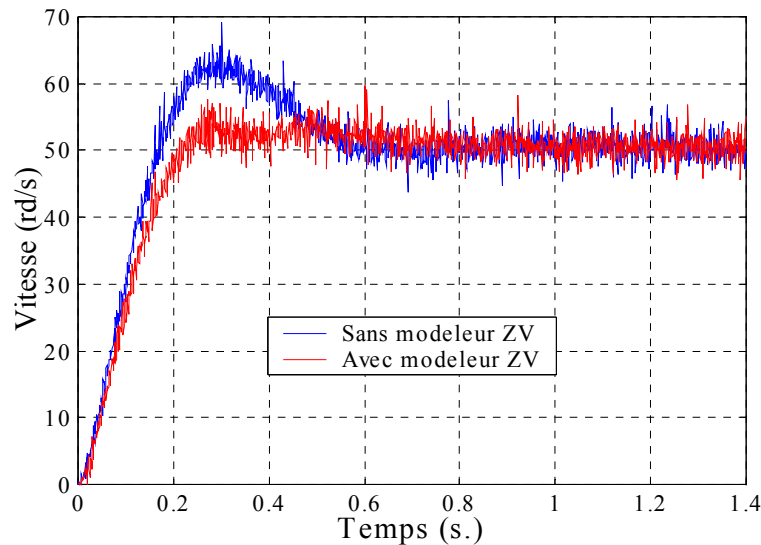
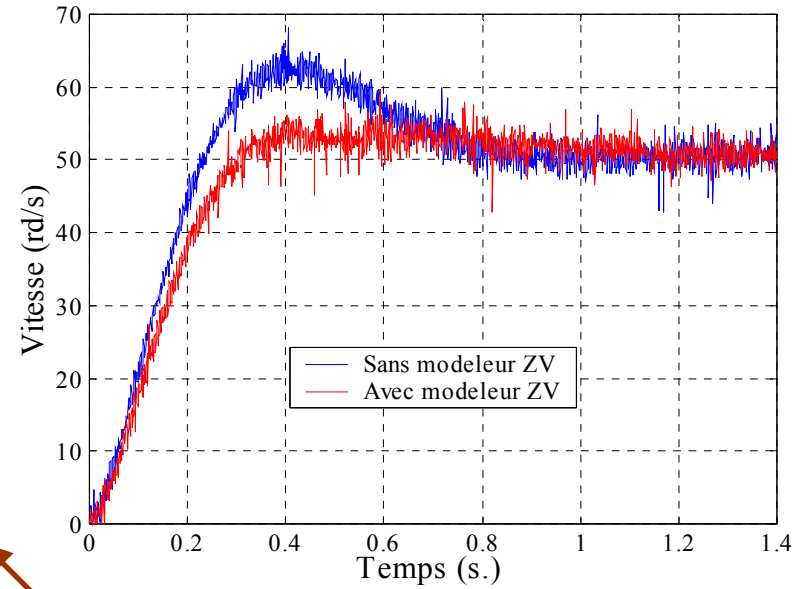
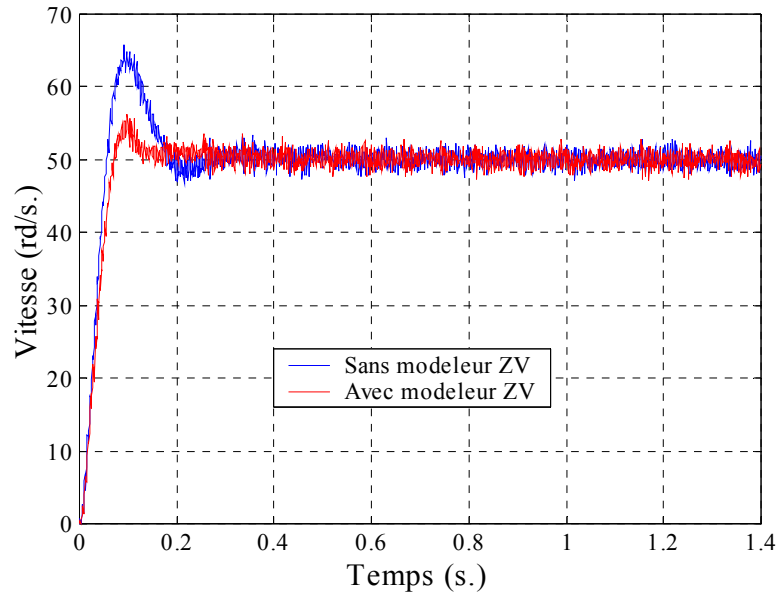
4.1 - Description et représentation du moteur





Résultats

4.2 - Résultats (vitesse)

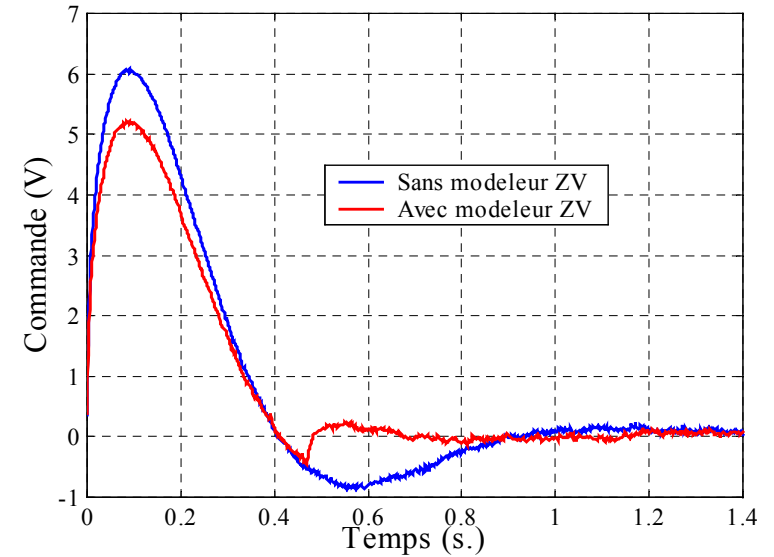
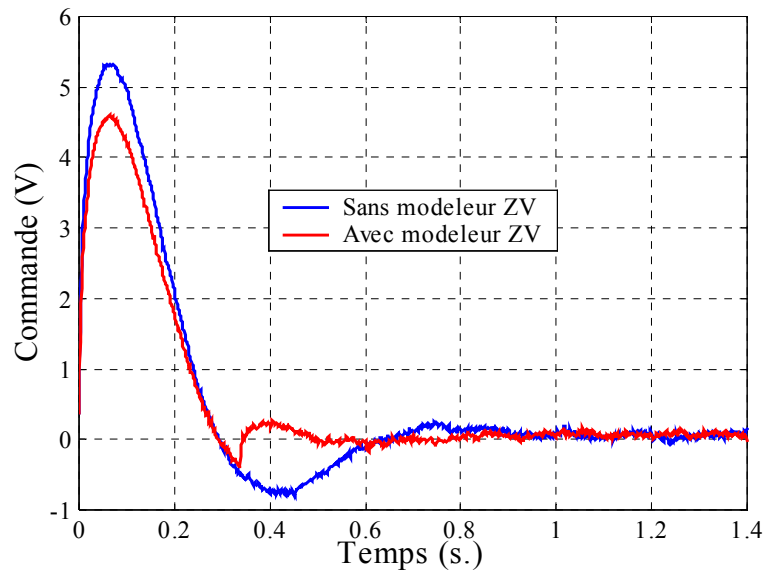
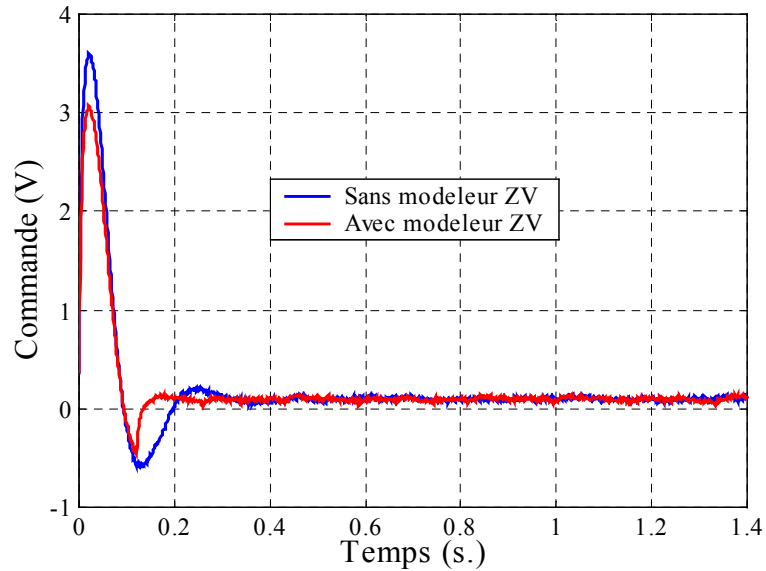


sans masselotte

8 masselottes

14 masselottes

4.2 - Résultats (commande)



sans masselotte

8 masselottes

14 masselottes

4.2 - Résultats (interprétation)

- temps de réponse à 105% pour chaque expérimentation :

	Echelon	ZV shaper
Sans masselotte	0.17 s	0.11 s
8 masselottes	0.52 s	0.31 s
14 masselottes	0.74 s	0.44 s

≈ 1.5 fois moins

- D1 pour chaque expérimentation :

	Echelon	ZV shaper
Sans masselotte	64 (28%)	54 (8%)
8 masselottes	63 (26%)	53 (6%)
14 masselottes	62 (24%)	53 (6%)






robustesse du suivi de trajectoire

temps de réponse plus rapide avec le modeleur ZV

premier dépassement réduit ⇒ risque de saturation des actionneurs réduit

5. Conclusion et perspectives

5 - Conclusion

- *Etude de robustesse*  - utilisation des propriétés des systèmes à dérivées fractionnaires explicites
- détermination de l'expression analytique d'un facteur α
- développement d'un algorithme en temps réel
- *Application directe de la méthode à une commande CRONE deuxième génération*
 -  amélioration du suivi de trajectoire: *diminution du temps de réponse*
 -  pre-shaping  complément de la commande CRONE deuxième génération
- *Perspectives* détermination d'un modèleur plus complexe: étude du temps d'application de la 3ème impulsion du modèleur  conception d'un nouveau modèleur à partir de la réponse globale au modèleur ZV