

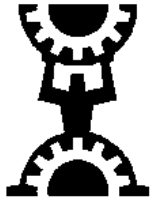
UNE PROPOSITION POUR LA SYNTHÈSE DE CORRECTEURS PI D'ORDRE NON ENTIER

C.A. Monje¹, B.M. Vinagre², YangQuan Chen³ and V. Feliu⁴

Electronic and Electromechanical Engineering Department. Industrial Engineering School. University of Extremadura (Badajoz), Spain. ¹e-mail: cmonje@unex.es
²e-mail: bvinagre@unex.es

Center for self-Organizing and Intelligent Systems. Electrical and Computer Engineering Department. Utah State University. ³e-mail: yqchen@ece.usu.edu

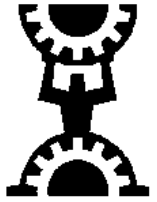
Technical Industrial Engineering High School. University of Castilla-La Mancha (Ciudad Real), Spain. ⁴e-mail: vfeliu@ind-cr.uclm.es



Une proposition pour la synthèse de correcteurs PI^α

INDEX

- { Introduction
- } Correcteur PI: Spécifications fréquentielles
- Correcteur PI avec Smith Predictor Structure
- Correcteur DI^α Non Entier
- Règles de synthèse pour correcteurs PI^α
- Comparaison de résultats
- Travail futur



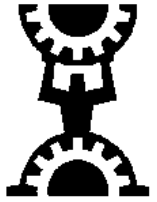
υ Introduction

? *But de ce travail*

? Proposer de nouvelles règles de syntonie de correcteurs PI^α : application à la commande de procédés de premier order avec grand retard

? *Comparaison entre*

- ? Correcteur PI: spécifications fréquentielles
- ? Correcteur PI avec Smith Predictor Structure
- ? Correcteur DI^α
- ? Correcteur PI^α



Introduction

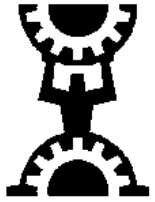
Modèle du procédé

- ✓ **Modèle dynamique du pH dans le processus de neutralisation du sucre de canne (≈ Procédé de premier ordre avec retard)**
 - ✓ Les variations observées du retard et la constante de temps du procédé le long de la récolte sont insignifiantes
 - ✓ On a observé d'importantes variations du gain le long de la récolte

$$G(s) = \frac{\overset{\circ}{k}}{1 + s\tau} e^{-sL} \quad (0.15 < k < 0.94)$$

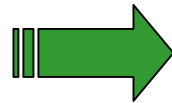
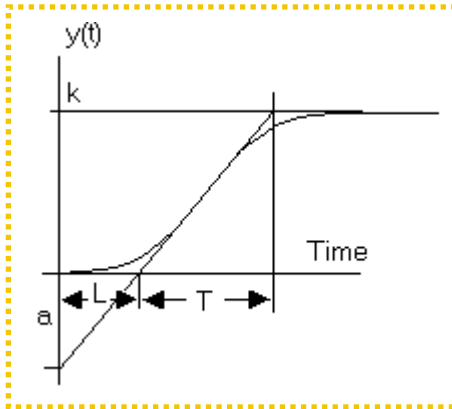


On a besoin d'un correcteur robuste à variations du gain

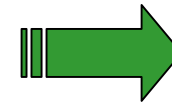


ω Correcteur PI : Spécifications fréquentielles

Modèle du procédé



$$G(s) = \frac{k}{1+s\tau} e^{-sL}$$

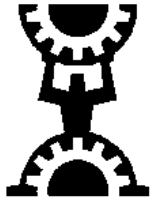


$$G(s) = \frac{0.55}{1+s62} e^{-s10}$$

Procédé nominal

Correcteur PI

$$C_1(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{sT_i}\right)$$



ω Correcteur PI : Spécifications fréquentielles

Spécifications fréquentielles

$$G(j\omega)C_1(j\omega) = k' \frac{(j\omega Ti + 1)}{(1 + j\omega\tau)} \frac{e^{-j\omega L}}{j\omega Ti}$$



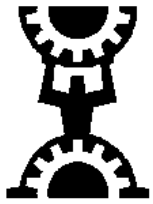
$$\phi = \arctan(\omega Ti) - \frac{\pi}{2} - \arctan(\omega\tau) - \omega L$$

$$|G(j\omega)C_1(j\omega)| = \frac{k'}{\omega Ti} \sqrt{\frac{1 + \omega^2 Ti^2}{1 + \omega^2 \tau^2}}$$



$$\phi_m = \frac{\pi}{2} + \arctan(\omega_c Ti) - \arctan(\omega_c \tau) - \omega_c L$$

$$\frac{k'}{\omega_c Ti} \sqrt{\frac{1 + \omega_c^2 Ti^2}{1 + \omega_c^2 \tau^2}} = 1$$



ω *Correcteur PI : Spécifications en fréquence*

Paramètres du correcteur

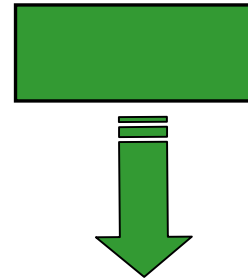
$$T_i = \frac{\tan(\phi_m - \frac{\pi}{2} + \arctan(\omega_c \tau) + \omega_c L)}{\omega_c}$$

$$k_p = \frac{\omega_c T_i}{k} 2 \sqrt{\frac{1 + \omega_c^2 \tau^2}{1 + \omega_c^2 T_i^2}}$$

Specifications

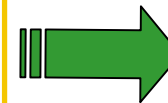
$$\omega_c = 0.02 \text{ rad / sec}$$

$$\phi_m = 65 \text{ deg}$$

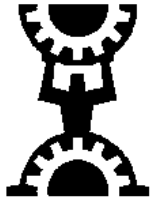


$$k_p = 1.7662$$

$$T_i = 38.47$$



$$C_1(s) = 1.7662 \left(1 + \frac{1}{s 38.47} \right)$$



ω Correcteur PI : Spécifications fréquentielles

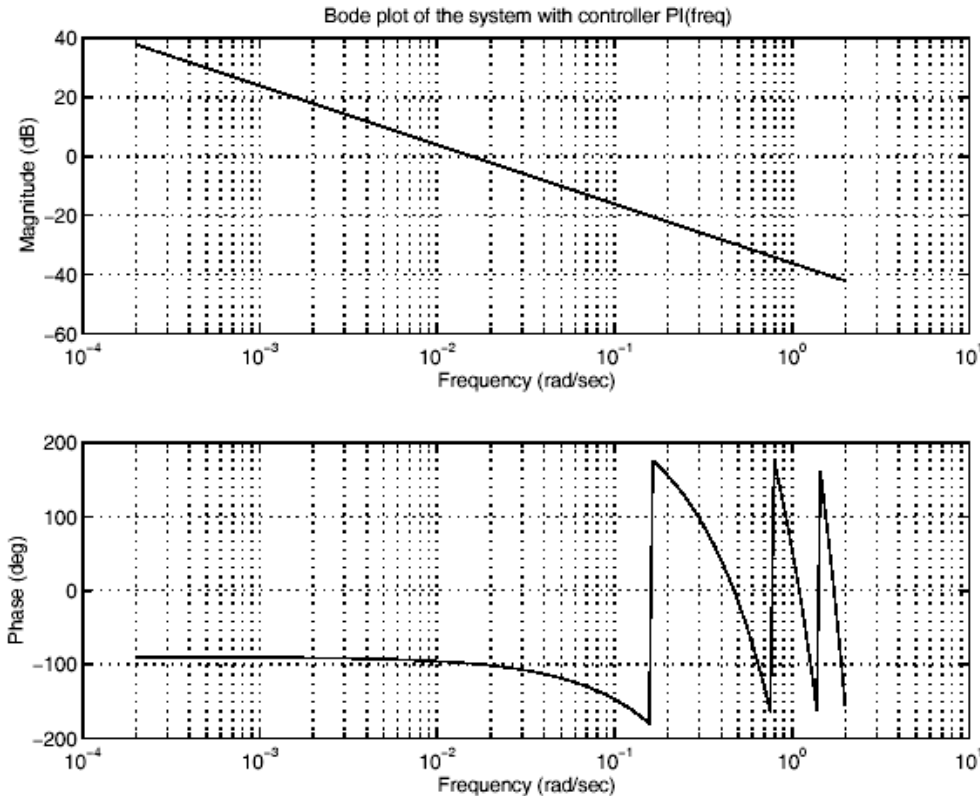


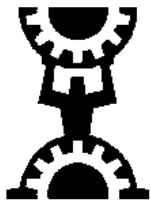
Diagramme de Bode du système avec correcteur $C_1(s)$

Avantage:

- On accomplit les spécifications

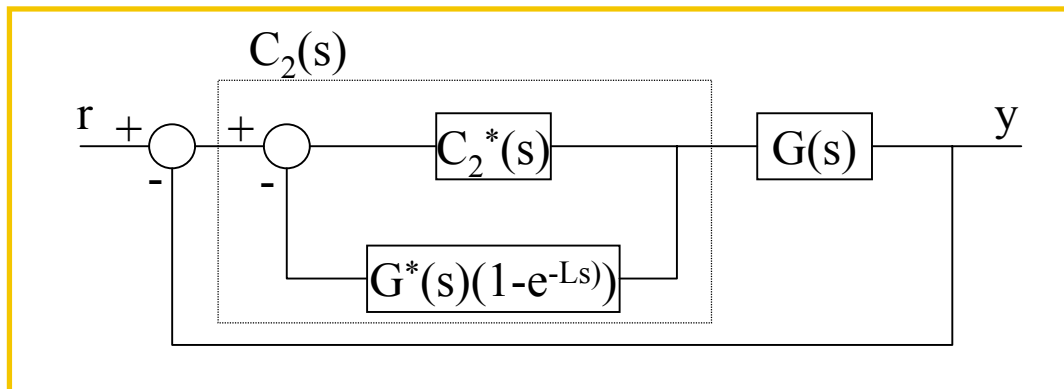
Inconvénients:

- Le système n'est pas très robuste à variations du gain (voir point 6)



ω Correcteur PI avec Smith Predictor Structure

Smith Predictor Structure

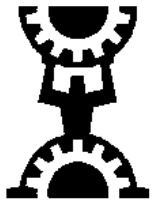


Correcteur $C_2(s)$

$$C_2(s) = \frac{C_2^*(s)}{1 + C_2^*(s)G^*(s)(1 - e^{-Ls})}$$

avec

$$C_2^*(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right)$$
$$G^*(s) = \frac{k}{\tau s + 1}$$



ω Correcteur PI avec Smith Predictor Structure

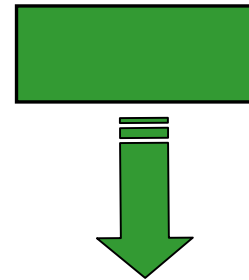
Paramètres du correcteur

$$T_i = \frac{\tan(\phi_m - \frac{\pi}{2} + \arctan(\omega_c \tau))}{\omega_c}$$

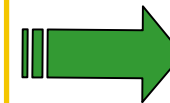
$$k_p = \frac{\omega_c T_i}{k} 2 \sqrt{\frac{1 + \omega_c^2 \tau^2}{1 + \omega_c^2 T_i^2}}$$

Specifications

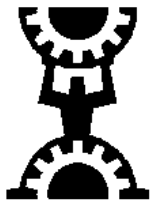
$$\omega_c = 0.02 \text{ rad / sec}$$
$$\phi_m = 65 \text{ deg}$$



$$k_p = 1.2749$$
$$T_i = 24.51$$



$$C_2^*(s) = 1.2749 \left(1 + \frac{1}{s 24.51} \right)$$



ω Correcteur PI avec Smith Predictor Structure

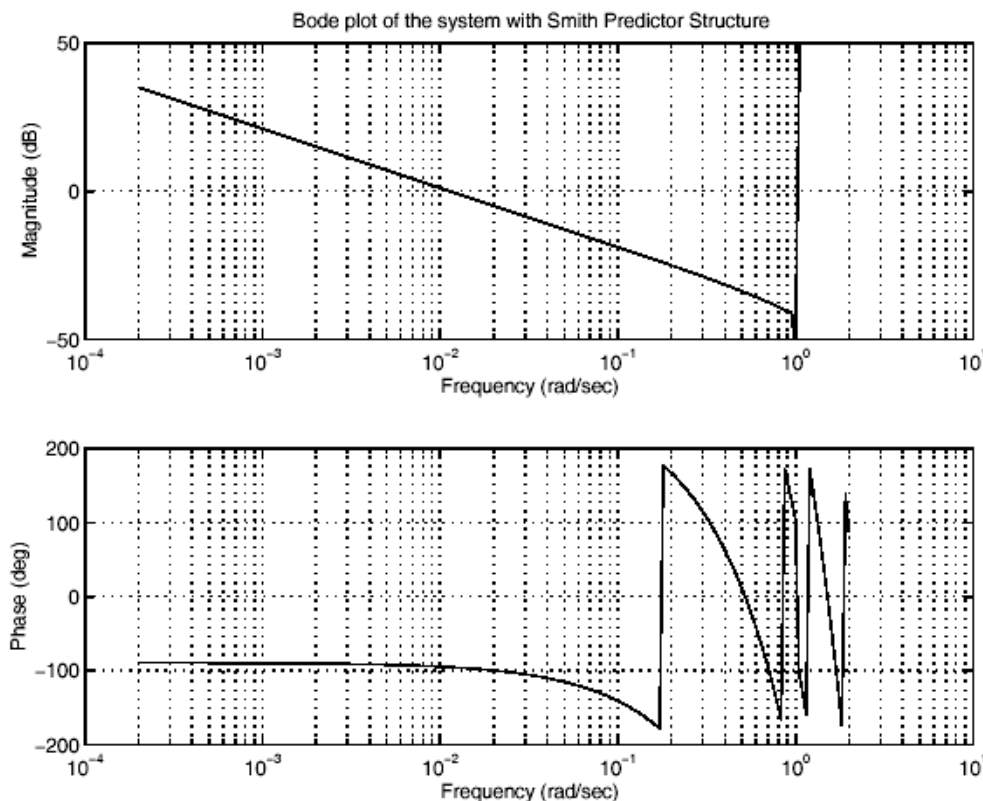


Diagramme de Bode du Système avec $C_2(s)$

Avantage:

- On ne considère pas le retard pour la conception

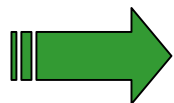
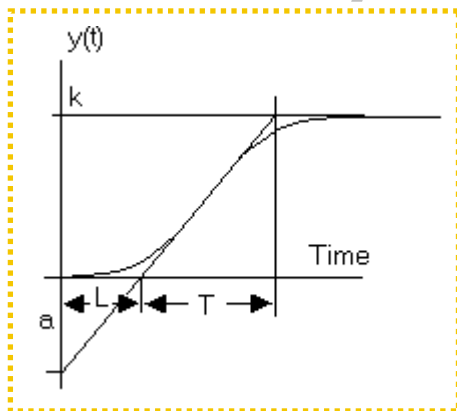
Inconvénients:

- Le modèle du procédé doit être précis
- Le système n'est pas très robuste à variations du gain (voir point 6)



ξ Correcteur DI^α

Modèle du procédé



$$G(s) = \frac{k}{1+s\tau} e^{-sL}$$



$$G(s) = \frac{0.55}{1+s62} e^{-s10}$$

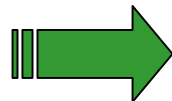
Procédé nominal

Correcteur DI^α

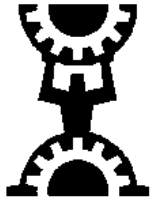
$$C(s) = \frac{k_p}{s^\alpha} + k_p T s^\beta$$

$$T = \tau$$

$$\beta = 1 - \alpha$$



$$C_3(s) = k_p \left(\frac{1+\tau s}{s^\alpha} \right)$$



ξ Correcteur DI^α

Specifications fréquentielles

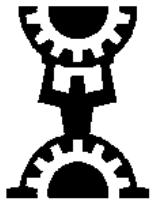
$$G(s)C_3(s) = \frac{ke^{-sL}}{1+s\tau} k_p \left(\frac{1+s\tau}{s^\alpha} \right) = \frac{k'}{s^\alpha} e^{-sL}$$



$$\phi = -\left(\alpha \frac{\pi}{2} + \omega L\right)$$
$$|G(j\omega)C_3(j\omega)| = \frac{k'}{\omega^\alpha}$$



$$\phi_m = \pi - \left(\alpha \frac{\pi}{2} + \omega_c L\right)$$
$$\frac{k'}{\omega^\alpha} = 1$$



ξ Correcteur DI^α

Paramètres du correcteur

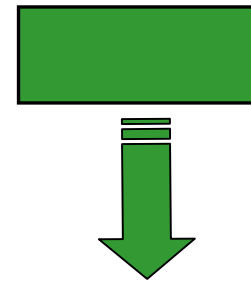
$$\alpha = \frac{2}{\pi} (-\phi_m + \pi - \omega_c L)$$

$$k_p = \frac{\omega_c^\alpha}{k}$$

Specifications

$$\omega_c = 0.02 \text{ rad / sec}$$

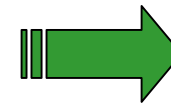
$$\phi_m = 65 \text{ deg}$$



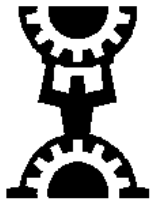
$$k_p = 0.0202$$

$$\alpha = 1.1505$$

$$\tau = 62$$



$$C_3(s) = 0.0202 \left(\frac{1+62s}{s^{1.1505}} \right)$$



ξ Correcteur DI^α

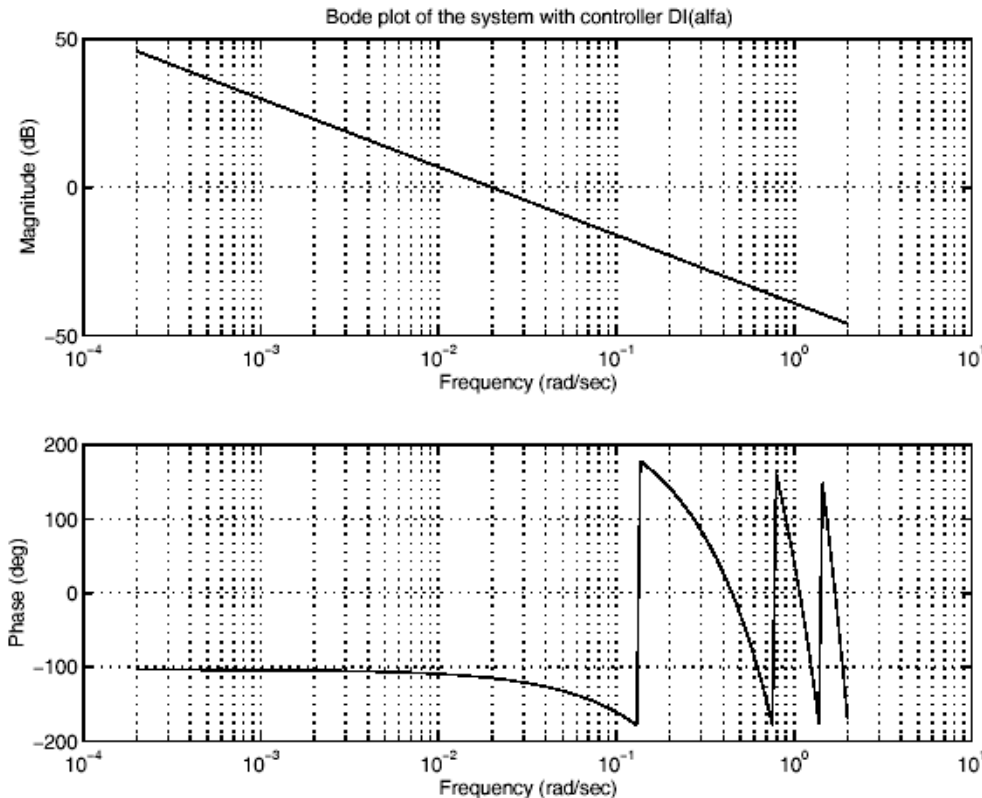


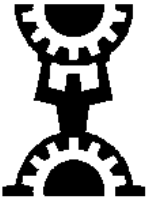
Diagramme de Bode du Système avec $C_3(s)$

Avantage:

- Plus robuste à variations du gain (fonction de transfert en boucle ouverte: intégrateur N. E. + retard)

Inconvénients:

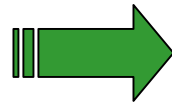
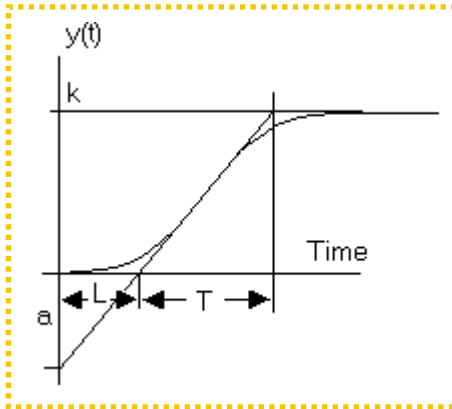
- Le fait d'annuler le pôle du procédé n'est pas trivial
- L'effort de contrôle peut être important



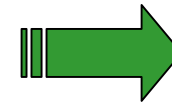
ψ Nouvelles règles pour la synthèse de correcteurs PI^α

ESCUELA DE
INGENIERIAS
INDUSTRIALES

Modèle du procédé



$$G(s) = \frac{k}{1+s\tau} e^{-sL}$$

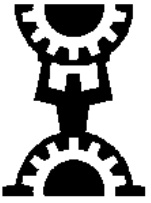


$$G(s) = \frac{0.55}{1+s62} e^{-s10}$$

Procédé nominal

Correcteur PI^α

$$C_4(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{s^\alpha T_i} \right)$$



ψ Nouvelles règles pour la synthèse de correcteurs PI^α

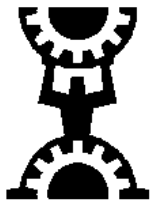
Specifications

$$G(s)C_4(s) = \frac{k'}{T_i} \frac{(j\omega)^\alpha T_{i+1}}{(1+j\omega\tau)(j\omega)^\alpha} e^{-j\omega L}$$



$$\phi_{Total} = \arctan \left(\frac{T_i \omega^\alpha \sin(\alpha \frac{\pi}{2})}{1 + T_i \omega^\alpha \cos(\alpha \frac{\pi}{2})} \right) - \left(\omega L + \alpha \frac{\pi}{2} + \arctan(\omega\tau) \right)$$

$$|G(s)C_4(s)| = \frac{k'}{T_i \omega^\alpha} \left| \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \sqrt{\left(1 + T_i \omega^\alpha \cos(\alpha \frac{\pi}{2}) \right)^2 + \left(T_i \omega^\alpha \sin(\alpha \frac{\pi}{2}) \right)^2} \right|$$



ψ *Nouvelles règles pour la synthèse de correcteurs PI^α*

Conditions pour synthèse

Avec correcteur PI :

*2 Paramètres
(K_p, T_i)*

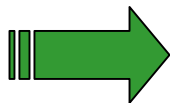


2 Conditions:

- Fréquence de gain unité*
- Marge de Phase*

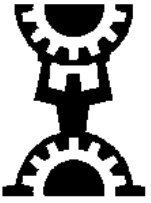
Avec correcteur PI^α :

*3 Paramètres
(K_p, T_i, α)*



3 Conditions:

- Fréquence de gain unité*
- Marge de Phase*
- Phase plate à ω_c*



ψ Nouvelles règles pour la synthèse de correcteurs PI^α

Conditions

$$|G(s)C_4(s)|_{\omega=\omega_c} = 1 \Rightarrow \frac{k'}{T_i \omega^\alpha} \left| \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \right| \sqrt{\left(1 + T_i \omega^\alpha \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)\right)^2 + \left(T_i \omega^\alpha \sin\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)\right)^2} = 1$$

$$(\phi_{Total})_{\omega=\omega_c} = -(\pi - \phi_m) \Rightarrow \arctan\left(\frac{T_i \omega^\alpha \sin\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)}{1 + T_i \omega^\alpha \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)}\right) - \left(\omega L + \alpha \frac{\pi}{2} + \arctan(\omega\tau)\right) = -(\pi - \phi_m)$$

$$\left(\frac{d(\phi_{Total})}{d\omega}\right)_{\omega=\omega_c} = 0 \Rightarrow \frac{\left(\frac{T_i \omega_c^\alpha \alpha \sin\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)}{\omega_c \left(1 + T_i \omega_c^\alpha \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)\right)} - \frac{T_i^2 (\omega_c^\alpha)^2 \sin\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right) \alpha \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)}{\omega_c \left(1 + T_i \omega_c^\alpha \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)\right)^2}\right) - L - \frac{\tau}{1 + (\omega_c \tau)^2} = 0$$

$$1 + \frac{T_i^2 (\omega_c^\alpha)^2 \sin\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)^2}{\left(1 + T_i \omega_c^\alpha \cos\left(\alpha \frac{\pi}{2}\right)\right)^2}$$



ψ Nouvelles règles pour la synthèse de correcteurs PI^α

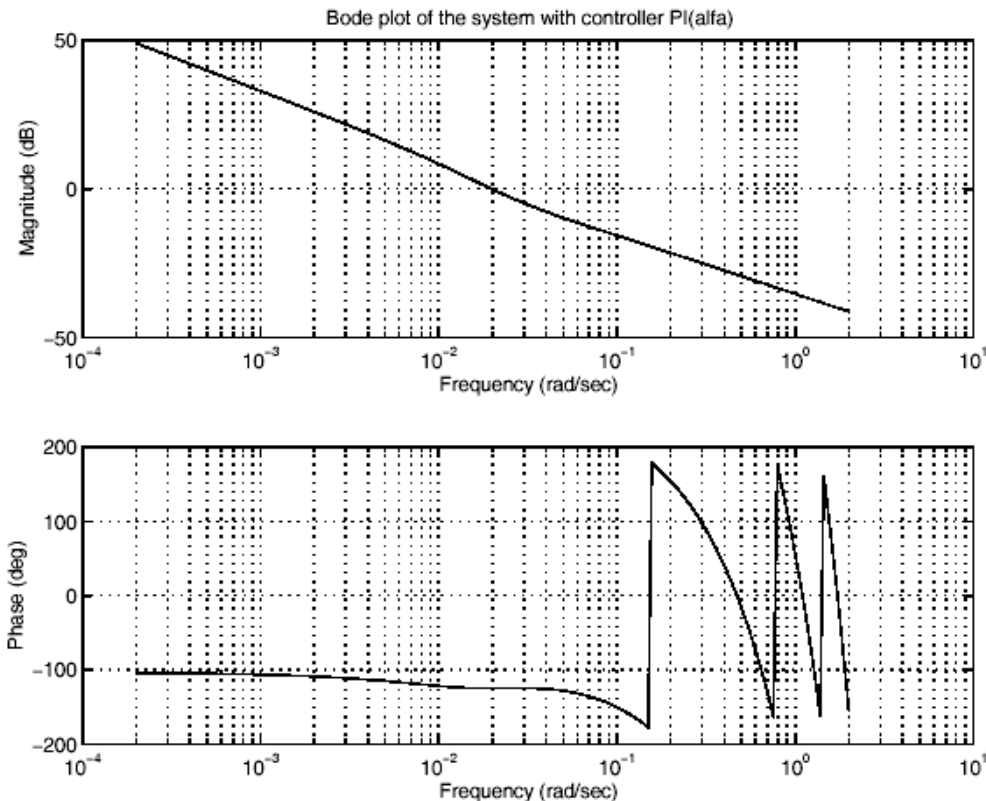
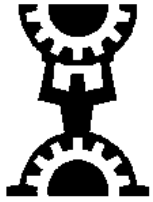


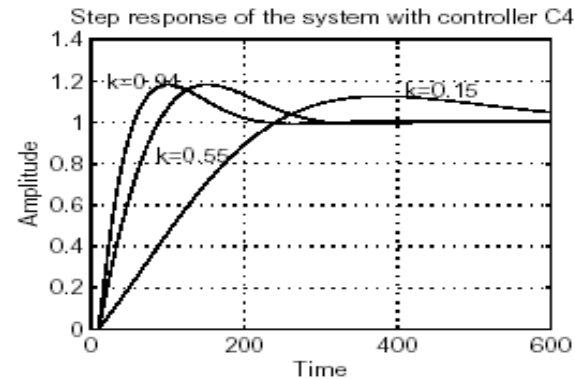
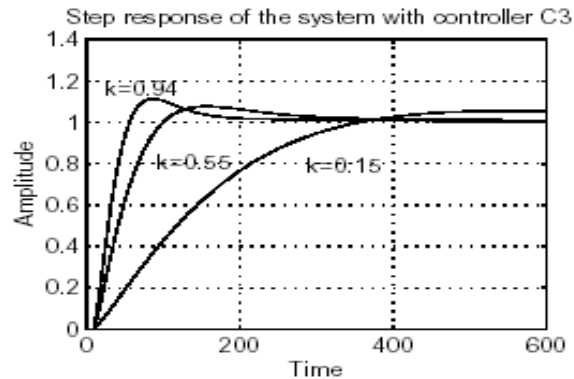
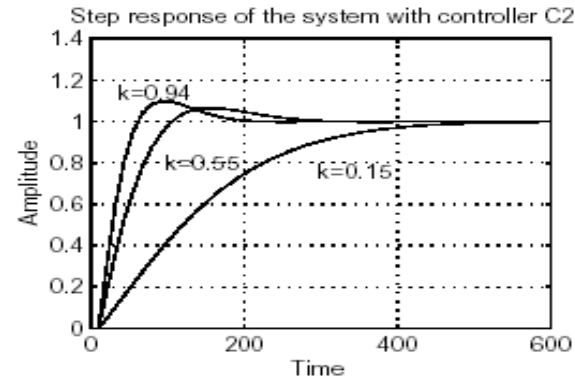
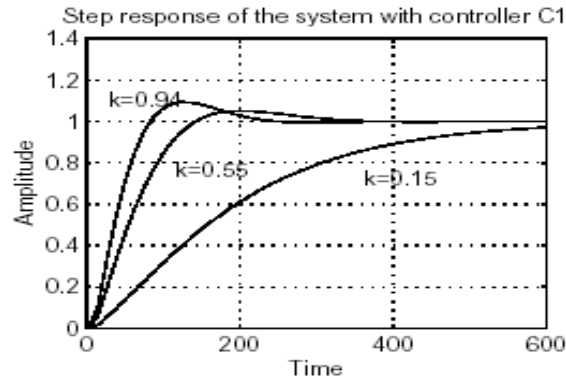
Diagramme de Bode du système avec $C_4(s)$

Avantages:

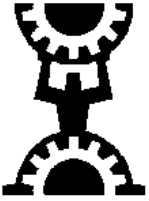
- Le système est plus robuste à variations du gain
- Presque isodépassement (voir point 6)



⑥ Comparaison de Résultats



**Réponse à l'échelon avec les différents correcteurs
($0.15 < k < 0.94$)**



⑦ Travail futur

- ? ***Développer, pour la synthèse du correcteur, une méthodologie plus facile à appliquer:***
 - ? ***Approximations linéaires des équations non linéaires***
 - ? ***Méthode graphique dans le domaine fréquentiel***
 - ? ***Recherche du PID***