

SYSTEMES A DERIVEES NON ENTIERES

27-28 mars 2003, Bordeaux

**Utilisation de la dérivation non entière
pour la détection d'événements dans les
signaux et leur compression : applications
aux signaux électrocardiographiques (ECG)**

Y. FERDI, L. GROUCHE et B. BOUCHEHAM (Laboratoire d'Electronique
Université de Skikda, Algérie), **J. P. HERBEUVAL** (CRAN-ENSEM-INPL,NANCY)

Plan de l'exposé

1. Introduction

2. Filtres numériques à dérivées non entières

2.1. Définitions

2.2. Propriétés

2.3. Réalisations

2.4. Utilisations

3. Applications aux signaux ECG

3.1. Détection de complexe QRS

3.2. Compression

4. Conclusions

1.Introduction


Le but de cet exposé est de :

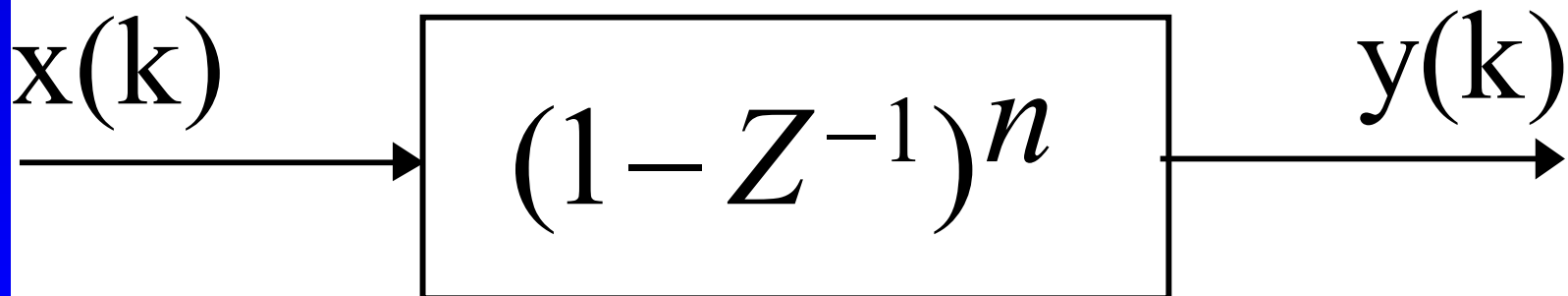
- montrer comment la dérivée non entière a été utilisée pour construire des filtres numériques pour la détection d'événements dans les signaux bruités et leur compression
- présenter des résultats d'applications aux signaux ECG

2. Filtrés numériques à dérivées non entières

2.1. Définitions

Pour un signal échantillonné avec la période T_e , la dérivée d'ordre non entier n est


$$D^n x(t) = \frac{(1 - q^{-1})^n}{T_e^n} x(kT_e)$$



2.2. Propriétés

Pour un filtre avec ordre non entier négatif :

- Possibilité de détecter les extréma de signaux en présence de bruits
 - Augmentation de la corrélation par lissage
 - Inversibilité facile
 - Nombre réduit de paramètres
- Compression

2.3. Réalisations

- Exploitation de la récursivité des coefficients

$$y(k) = \sum_{i=0}^k a_i x(k-i) = x(k) + a_1 x(k-1) + \dots + a_{k-1} x(1) + a_k x(0)$$

$$a_0 = 1, \quad a_i = \frac{i-n-1}{i} a_{i-1} \quad i=1,2,3,\dots,k$$

$$a_k = \frac{k-n-1}{k} \times \frac{k-n-2}{k-1} \times \dots \times \frac{2-n}{3} \times \frac{1-n}{2} \times \frac{-n}{1}$$

$$\begin{array}{cccccc} \times & \times & \times & \times & \times & \times \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array}$$

$$y(k) = x(k) + [x(0) + x(1) + \dots + x(k-3) + x(k-2) + x(k-1)]$$

$$y(k) = x(k) - n \left[x(k-1) + \frac{1-n}{2} \left[x(k-2) + \frac{2-n}{3} \left[\dots \left[x(2) + \frac{k-n-2}{k-1} \left[x(1) + \frac{k-n-1}{k} x(0) \right] \dots \right] \right] \right] \right]$$

Cet algorithme ne convient pas pour le traitement des signaux «longs»

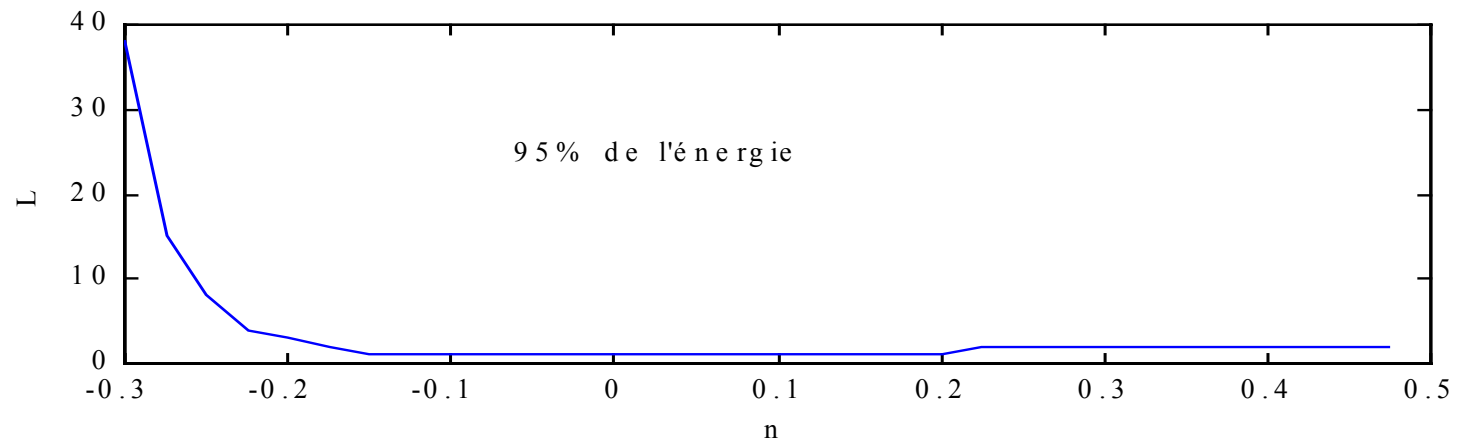
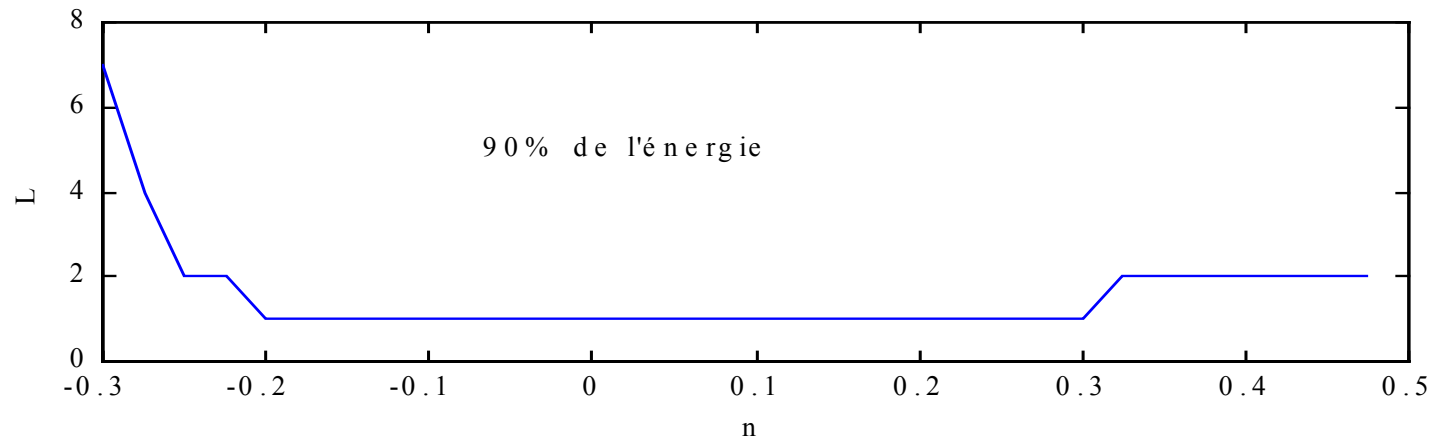
-Approximation par des filtres RIF

Pour $-1 < n < 1$, les coefficients a_i sont décroissants

➔ troncature envisageable à partir d'un certain rang L correspondant à $P\%$ de l'énergie totale de la réponse impulsionnelle

$$\sum_{i=0}^L a_i^2 = \frac{P}{100} \int_0^{1/2} 2^{2n+1} \sin^{2n}(\pi f) df = \frac{P}{100} \frac{\Gamma(1+2n)}{\Gamma^2(1+n)}$$

Variation du nombre L de coefficients en fonction de l'ordre non entier n pour atteindre P% de l'énergie totale de la réponse impulsionnelle

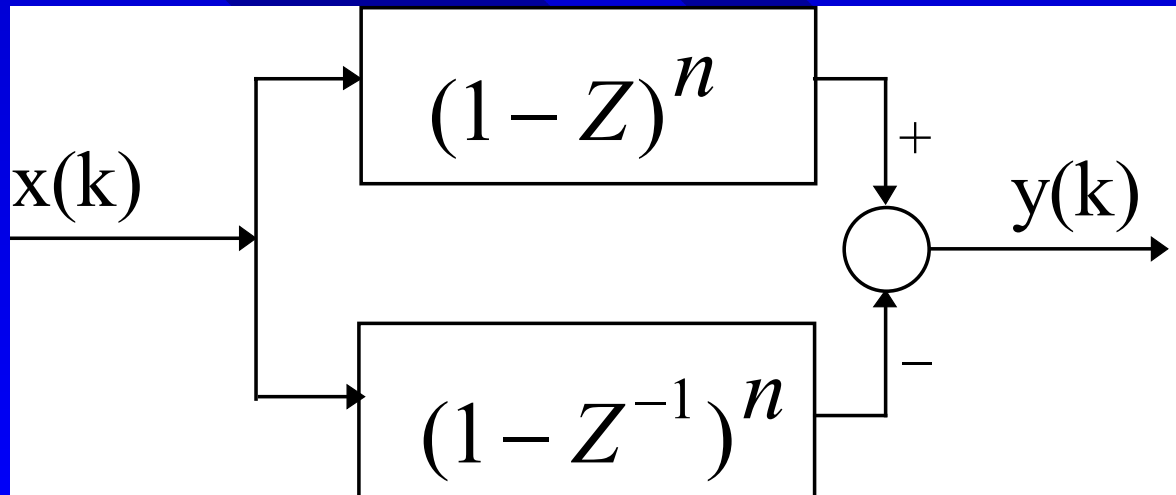


2.4.Utilisations

-Détection d'événements dans les signaux bruités

Événement : segment du signal contenant un extremum
«dominant» par sa pente.

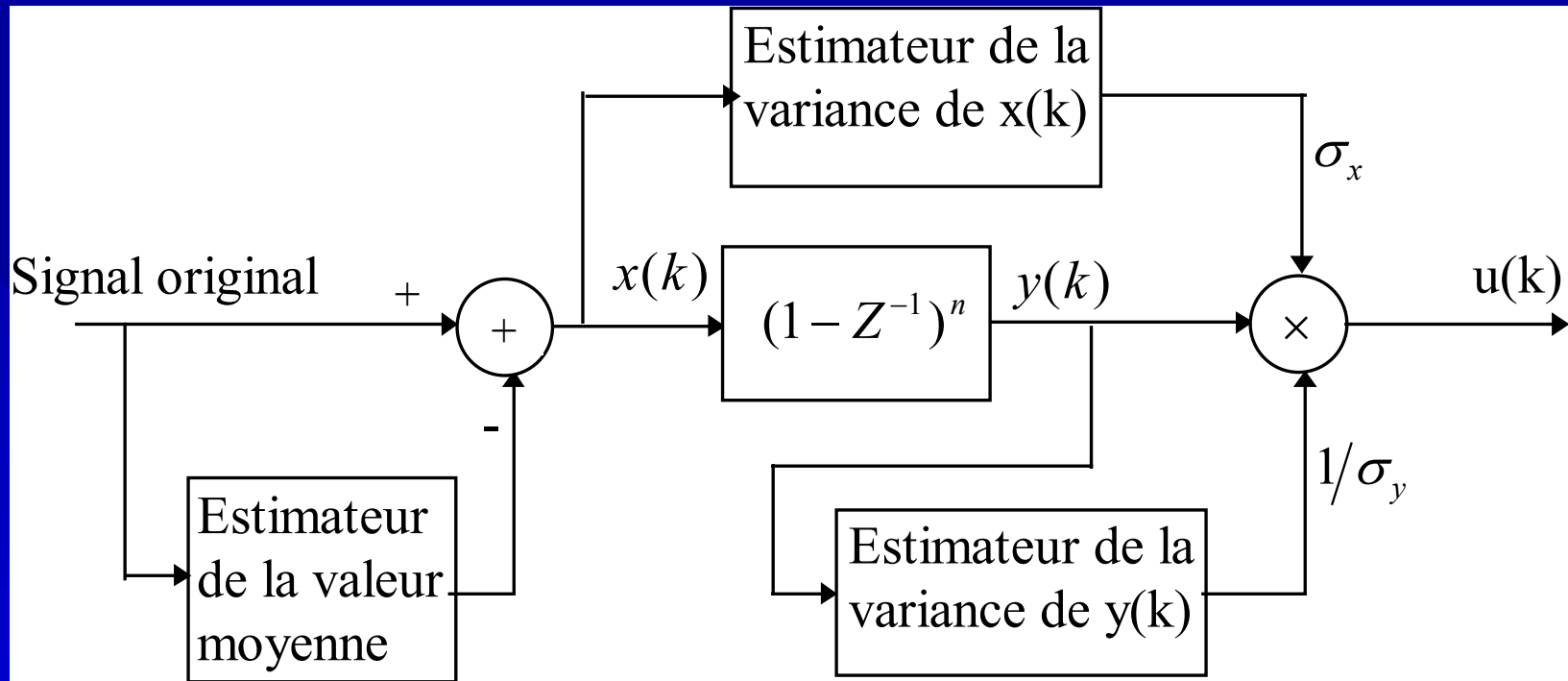
Approche utilisée : mise en parallèle de deux filtres, l'un causal
et l'autre non causal → détecteur CRONE numérique



-Réduction de la variance de l'erreur de prédiction

Approche utilisée : exploitation des propriétés :

- de la forte corrélation du signal de sortie du filtre numérique à dérivée non entière pour réduire davantage la variance du signal résiduel obtenu par prédiction linéaire
- d'inversibilité pour reconstruire le signal original



Système réduisant davantage la variance σ_e^2 du signal résiduel. $n < 0$.

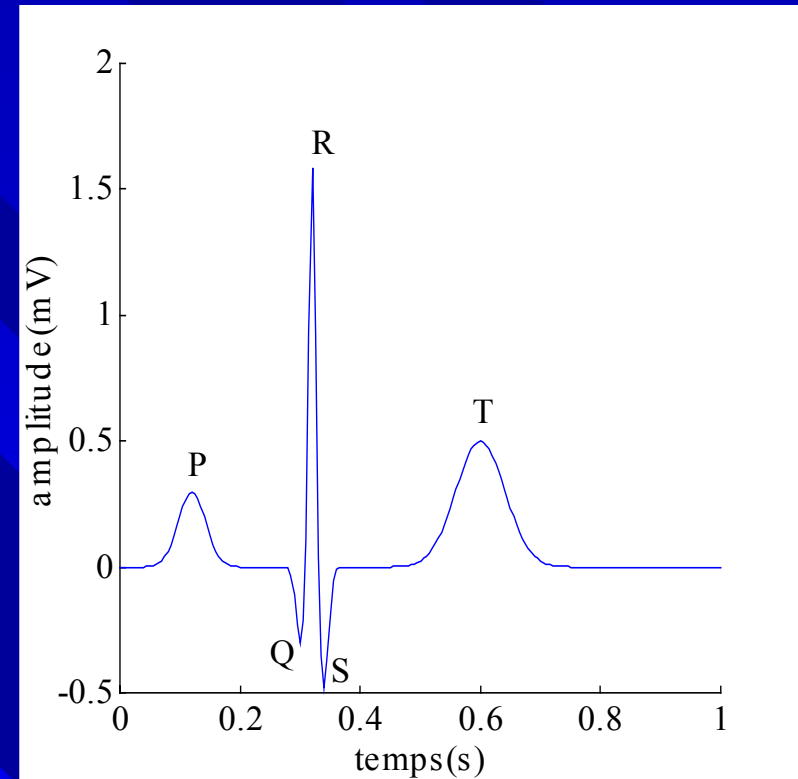
$\sigma_u^2 = \sigma_x^2$ mais $\sigma_{e,u}^2 < \sigma_{e,x}^2$ puisque $u(k)$ est plus corrélé que $x(k)$

Difficulté : reconstruction avec $n > 0$ 
 amplification du bruit de quantification

3.Applications aux signaux ECG

-L'électrocardiogramme

- **Onde P** : dépolarisation des oreillettes
- **Complexe QRS** : repolarisation des oreillettes et dépolarisation des ventricules
- **Onde T** : repolarisation des ventricules



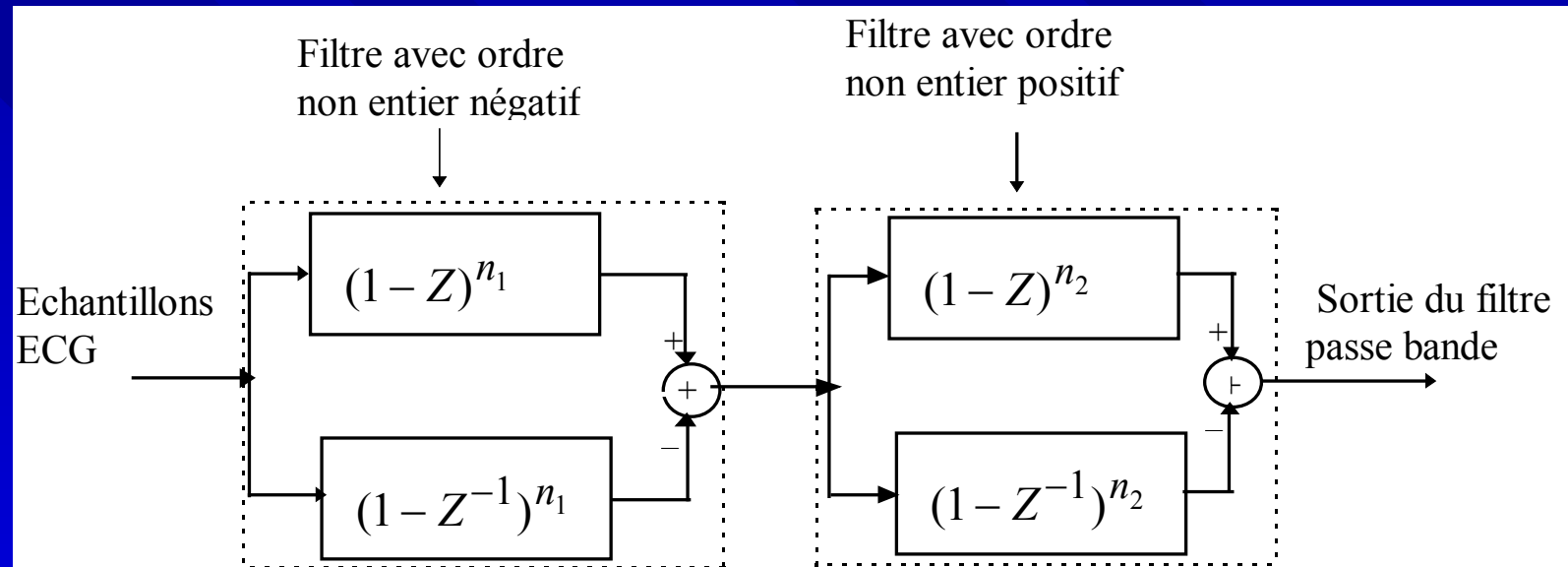
Un cycle de l'électrocardiogramme

3.1. Détection de complexe QRS

Difficultés : variabilité de la forme des QRS et
recouvrement des spectres

L'approche proposée consiste à exploiter le pouvoir de
détection de la dérivation non entière des points extrémaux d'un
signal pour concevoir un filtre passe bande de type RIF optimal au
sens du rapport signal sur bruit en utilisant un modèle fractal de la
densité spectrale de puissance (dsp) du complexe QRS

Synthèse du filtre passe bande de fréquence centrale située aux environs de 20 Hz



La sortie de chaque filtre s'exprime sous la forme suivante

$$y(k) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h(i)x(k-i), \quad h(i) = \begin{cases} -a_i, & i=1,2,\dots \\ 0, & i=0 \end{cases} \quad \text{avec } h(-i) = -h(i)$$

Après troncature de la séquence $h(i)$ entre $-(M-1)/2$ et $(M-1)/2$,
 M impair.

Rapport signal sur bruit

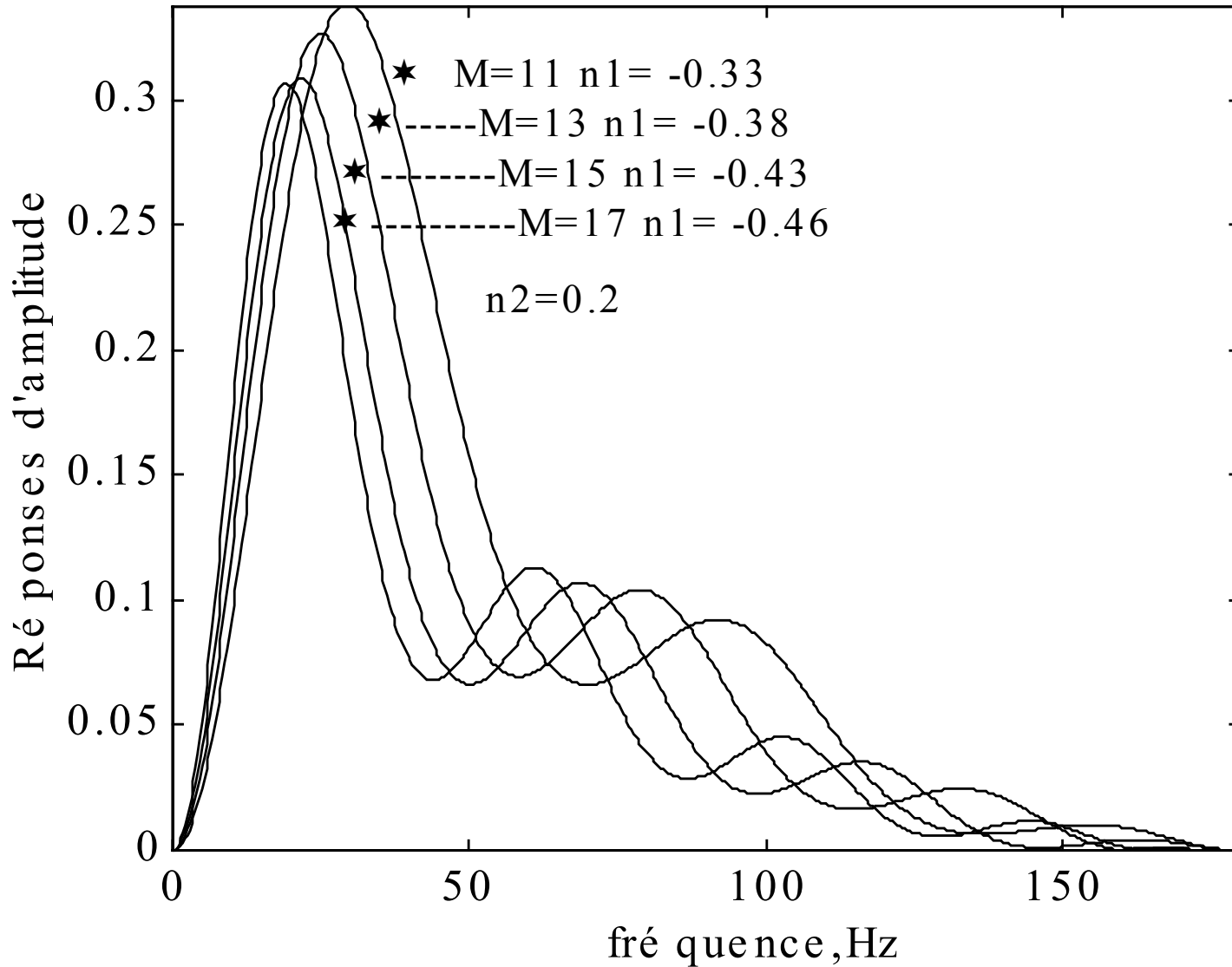
$$SNR_M(n) = \frac{\int_0^{f_{\max}} S_{QRS}(f) |H_M(f)|^2 df}{N_0 \int_0^{1/2T_e} |H_M(f)|^2 df}$$

avec : $H_M(f) = 2j \sum_{i=1}^{(M-1)/2} a_i \sin(2\pi f i T_e)$

Signal = complexe
 QRS de dsp

$$S_{QRS}(f) = \frac{K}{(4\pi^2 (f^2 + 16))^{2.1}}$$

Bruit = contraction musculaire (EMG) de dsp $N_0/2$

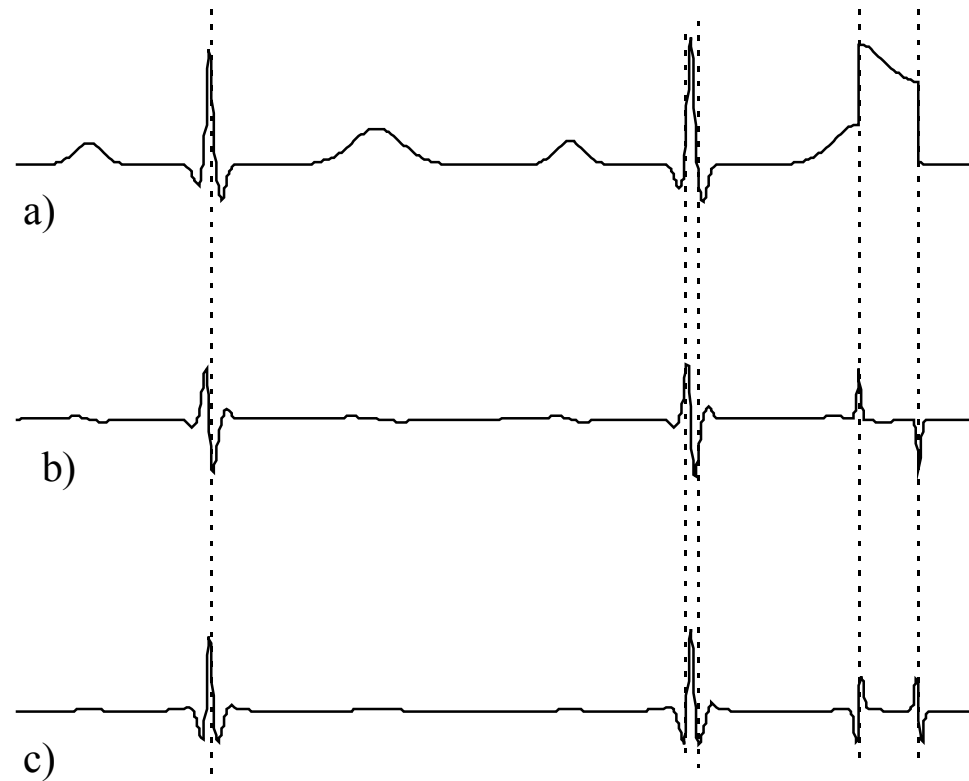


Réponses en fréquence du filtre passe bande

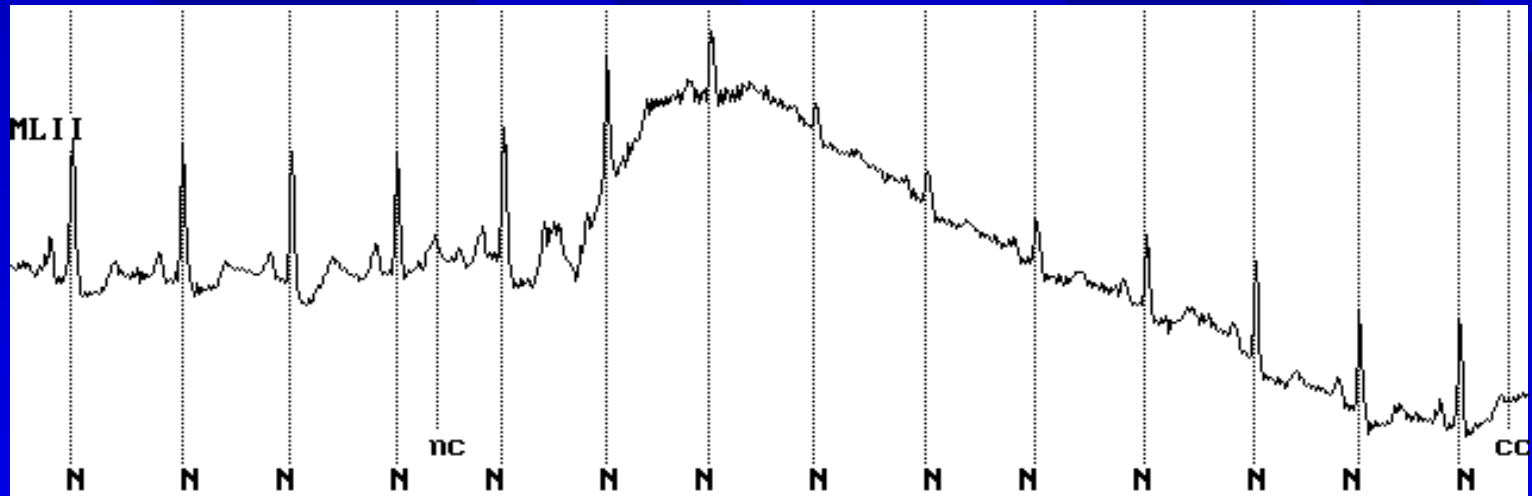
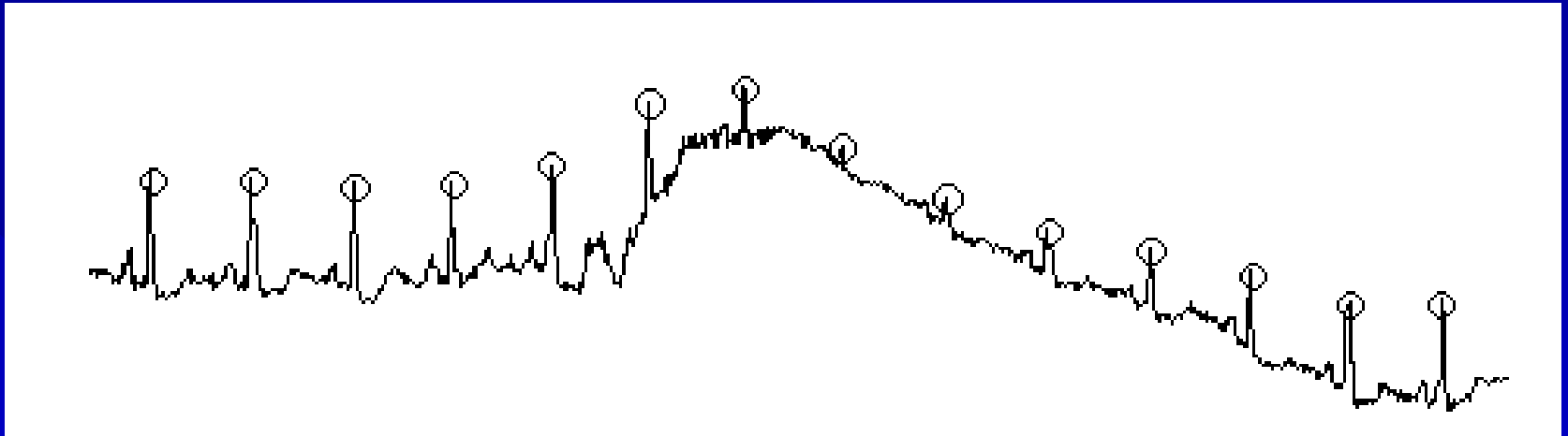
Signal original →

Réponse du
filtre avec
ordre négatif →

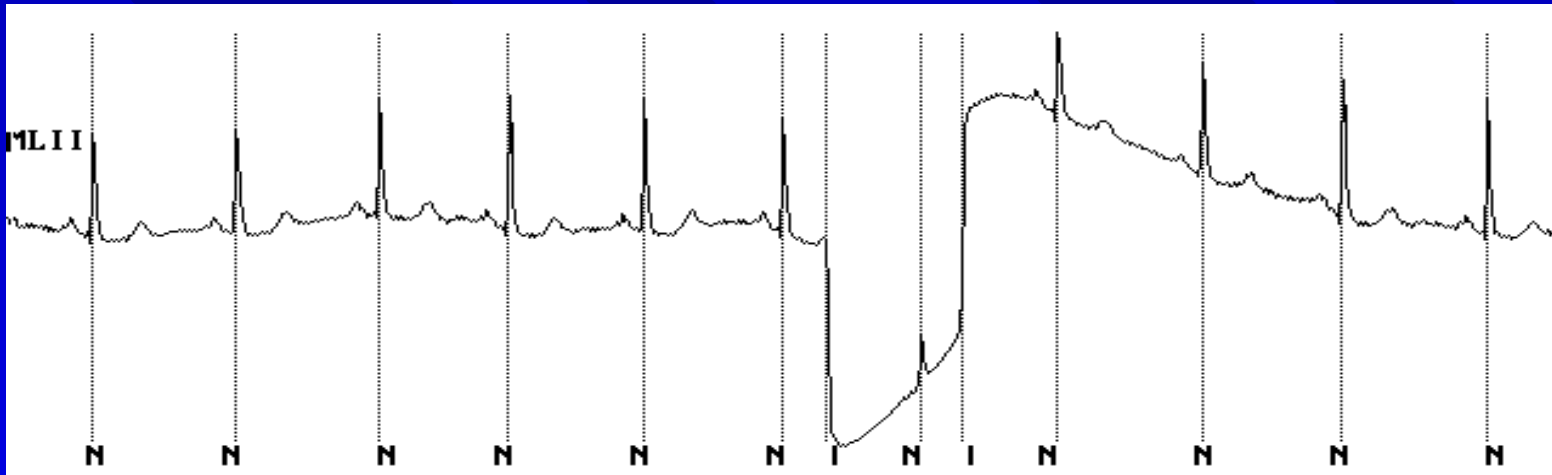
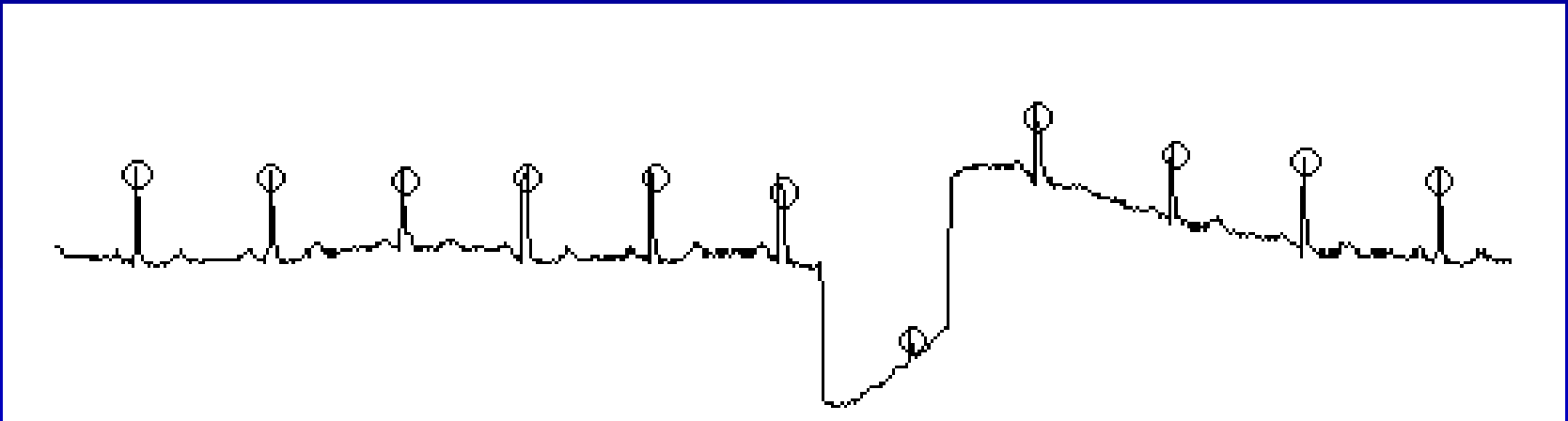
Réponse du
filtre avec ordre
positif →



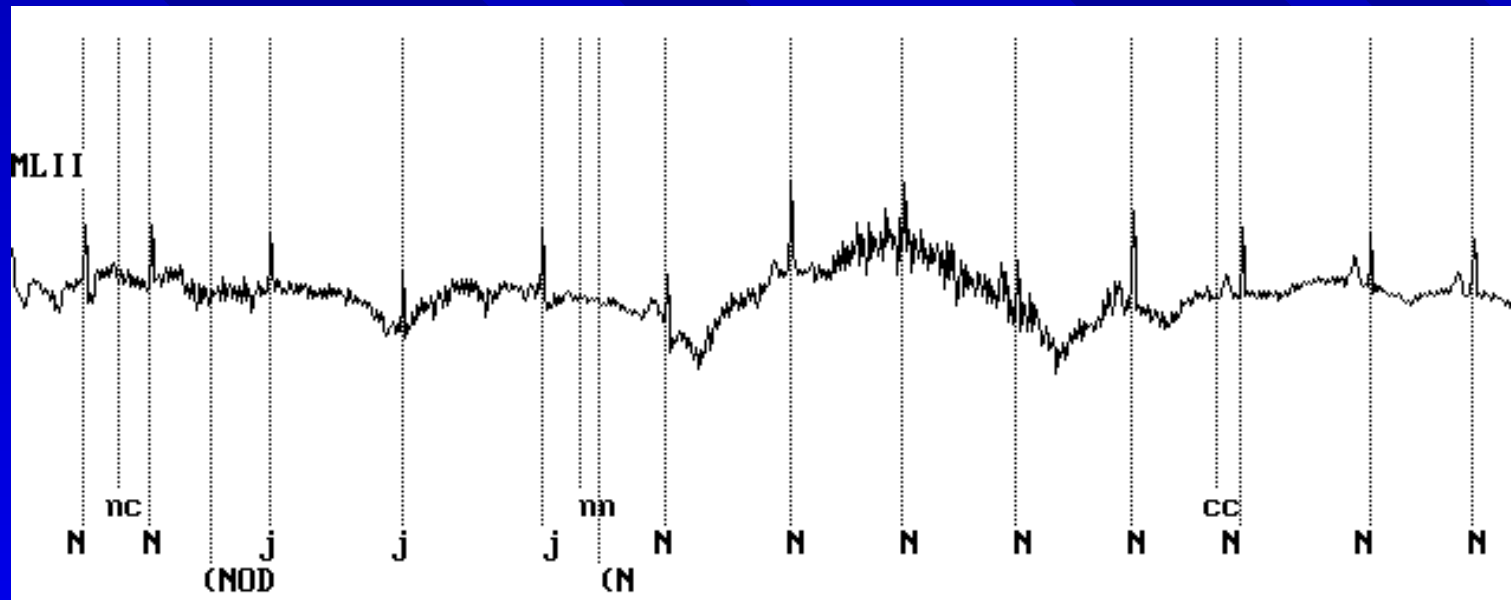
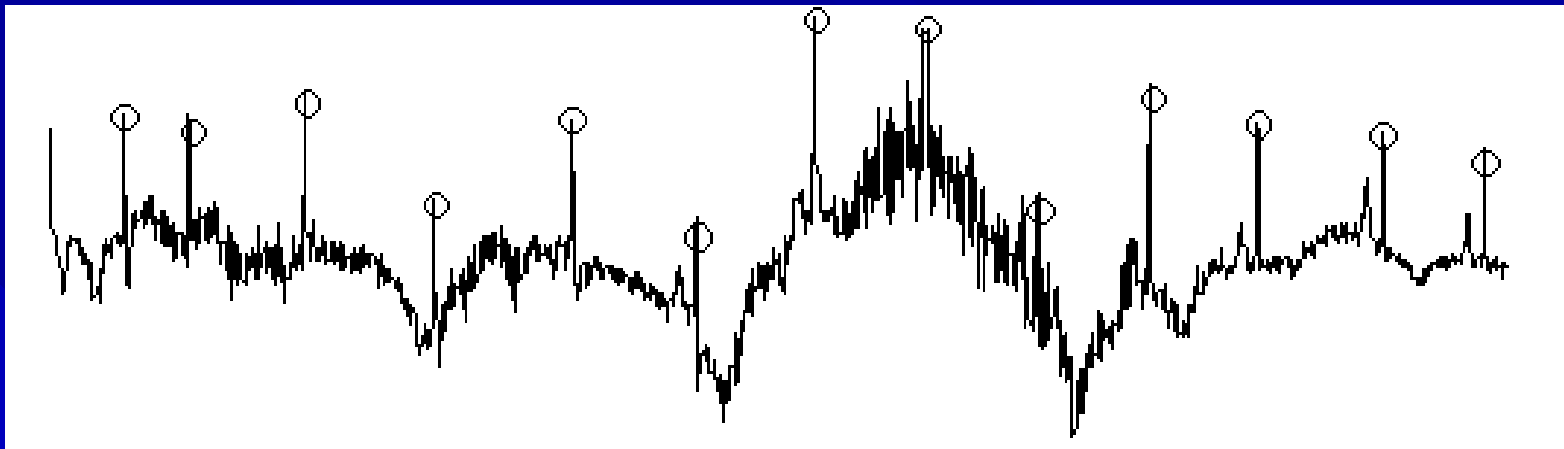
Réponse du filtre passe bande ($M=17$, $n_1 = -0.46$, $n_2 = 0.2$) à un ECG simulé par impulsions gaussiennes. Cycle de gauche : ECG pur. Cycle de droite : ECG parasité par une déviation abrupte de la ligne de base.



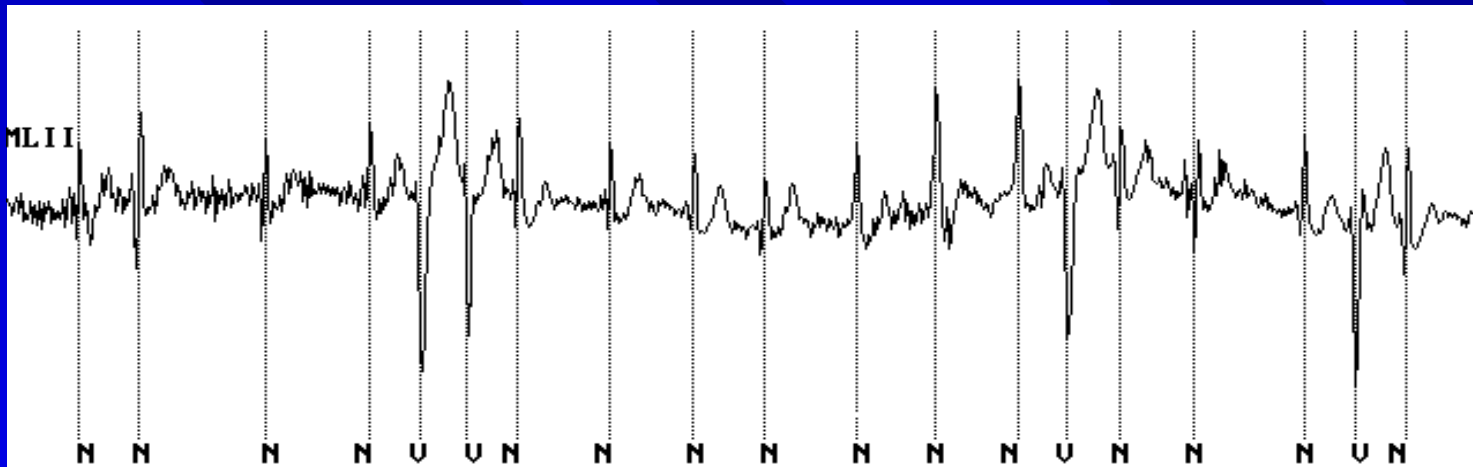
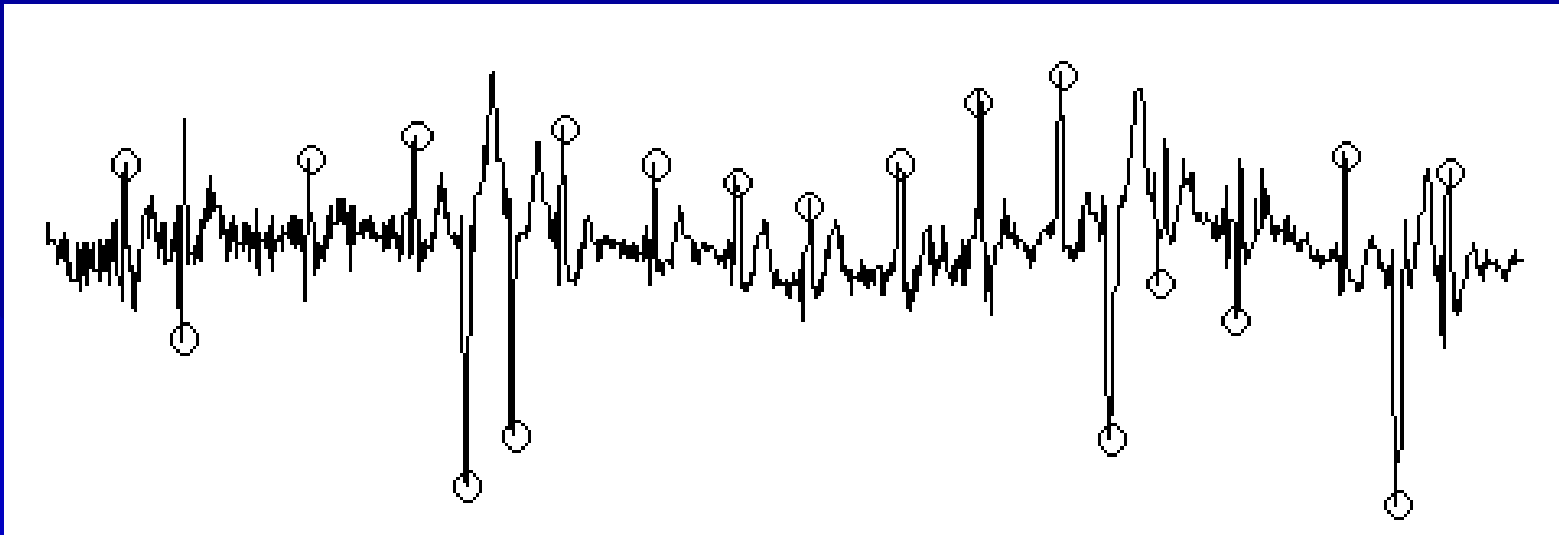
Haut : détection de complexes QRS par l'algorithme proposé.
Bas : le même ECG annoté extrait de la base de données MIT/BIH



Haut : détection de complexes QRS par l'algorithme proposé.
Bas : le même ECG annoté extrait de la base de données MIT/BIH



Haut : détection de complexes QRS par l'algorithme proposé.
 Bas : le même ECG annoté extrait de la base de données MIT/BIH



Haut : détection de complexes QRS par l'algorithme proposé.
Bas : le même ECG annoté extrait de la base de données MIT/BIH

3.2. Réduction de la variance de l'erreur de prédiction

Signal prédit

$$x_p(k) = \sum_{i=1}^P c_i x(k-i)$$

Signal résiduel

$$e(k) = x(k) - x_p(k)$$

Si $x(k)$ est suffisamment corrélé et c_i correctement choisis, alors $\sigma_e^2 < \sigma_x^2$ quantification avec un nombre inférieur de bits en gardant le même pas.

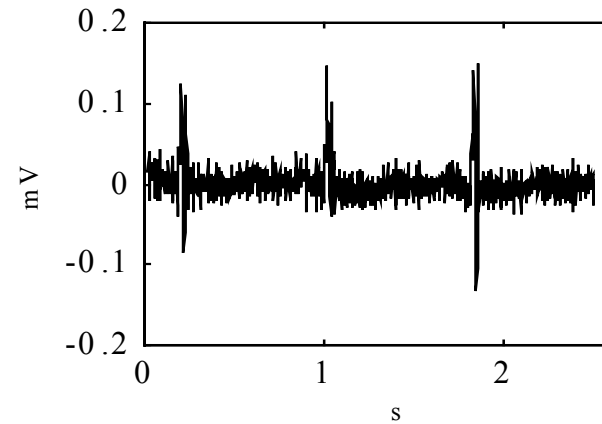
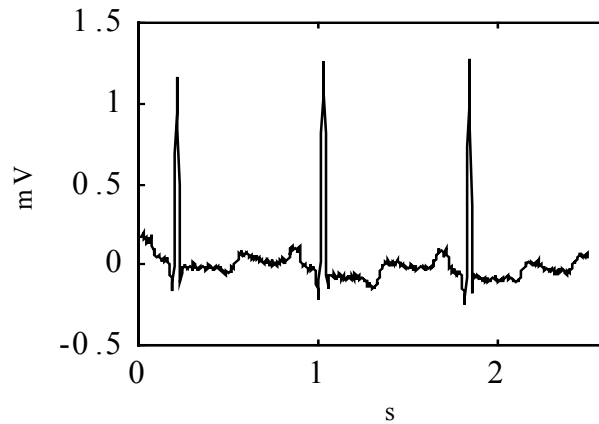
Gain de prédiction

$$G_p = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_{e,\min}^2} = \left[1 - \sum_{i=1}^P c_i \rho_x(i) \right]^{-1}$$

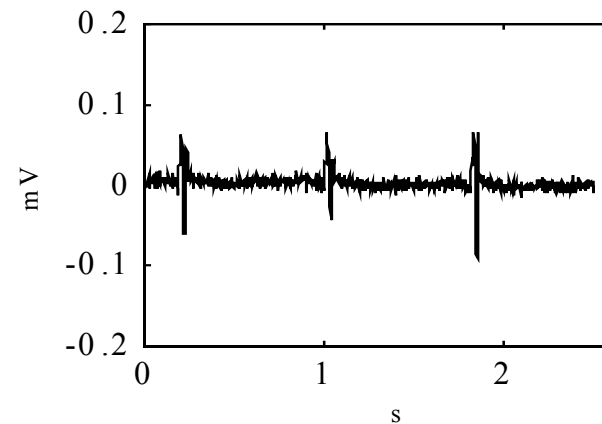
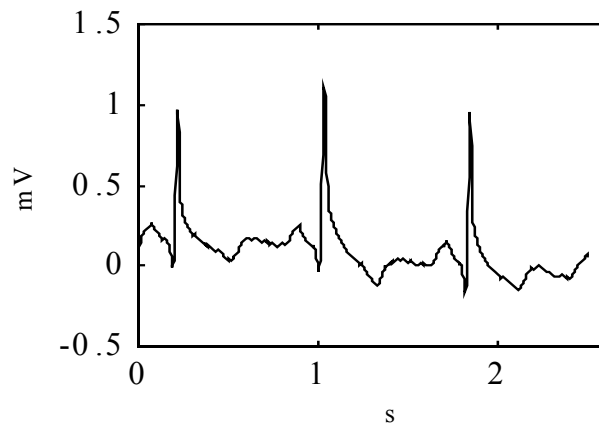
ECG dérivé

Signal résiduel

$n=0$ →



$n=-0.45$ →



Réduction de la variance du signal résiduel

4.CONCLUSION

- Certaines propriétés de la dérivation non entière : le pouvoir de détection des points extrémaux, la forte corrélation, l'inversibilité et le nombre réduit de paramètres ont été exploitées dans le contexte du traitement numérique du signal ECG pour la détection de complexe QRS et la compression de l'ECG.
- L'inconvénient majeur : amplification du bruit de quantification à la reconstruction.