

Action Thématique
Les systèmes à dérivées non entières :
théorie et applications
28 et 29 Mars 2002, LAII Poitiers

Commande CRONE Multi-modèles/ Multi-régulateurs

P. Lanusse, S. Najjar et A. Oustaloup

LAP - UMR 5131 CNRS
Université Bordeaux 1 - ENSEIRB
URL : <http://www.lap.u-bordeaux.fr>

Ecole Nationale d'Ingénieurs de Gabès (ENIG)
URL : <http://enig.top.eli.orst.edu/>

Contexte de l'étude

Contournement du dilemme performance/robustesse

Pour la commande des systèmes incertains ou non stationnaires :

- Approches adaptatives
- Approches robustes mais "conservatives" : H_∞ , μ -synthèse, etc.
- Approches robustes aussi peu "conservatives" que possible : QFT, CRONE, etc.
- Approche de type gains pré-programmés
- Approche multi-modèles/multi-régulateurs : Narendra *et al.*
- Introduction de la logique floue : Takagi et Sugeno
- Recherche de stratégies permettant d'améliorer les performances tout en conservant la robustesse

Plan de présentation

- 1 - Présentation du banc d'essais illustratif**
- 2 - Mise en évidence du dilemme performance/robustesse**
- 3 - Présentation de l'approche multi-modèles/multi-régulateurs (M^3R)**
- 4 - Comparaison des approches M^3R -PID et M^3R -CRONE**
- 5 - Comparaison de divers superviseurs**
- 6 - Conclusion et perspective**

1 - Présentation du banc d'essais illustratif

Présentation du procédé

- $\gamma_d(t) + \tau_e \frac{d\gamma_d(t)}{dt} = K_u u(t)$
- $\frac{d(i(t)\omega(t))}{dt} = \gamma_d(t) - f\omega(t) - \gamma_c \text{sign}(\omega(t)) - \gamma_o(t)$
- $\frac{d\theta(t)}{dt} = \omega(t)$
- $\theta_{\text{mes}}(t) = \text{fix}(\alpha\theta(t))$
- $\omega_{\text{mes}}(t) + \tau_f \frac{d\omega_{\text{mes}}(t)}{dt} = \frac{d\theta_{\text{mes}}(t)}{dt}$

γ_d : couple moteur

i : inertie non stationnaire

γ_o : couple résistant

θ_{mes} : position angulaire (10000 pas par tour)

$\tau_e = 4.7 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

$\gamma_c = 0.34 \text{ N.m}$

$K_u = 1.143 \cdot 10^{-2} \text{ N}^{-1}\text{m}^{-1}$

$\alpha = 1591.5 \text{ rad}^{-1}$

u : signal de commande CAN 12 bits

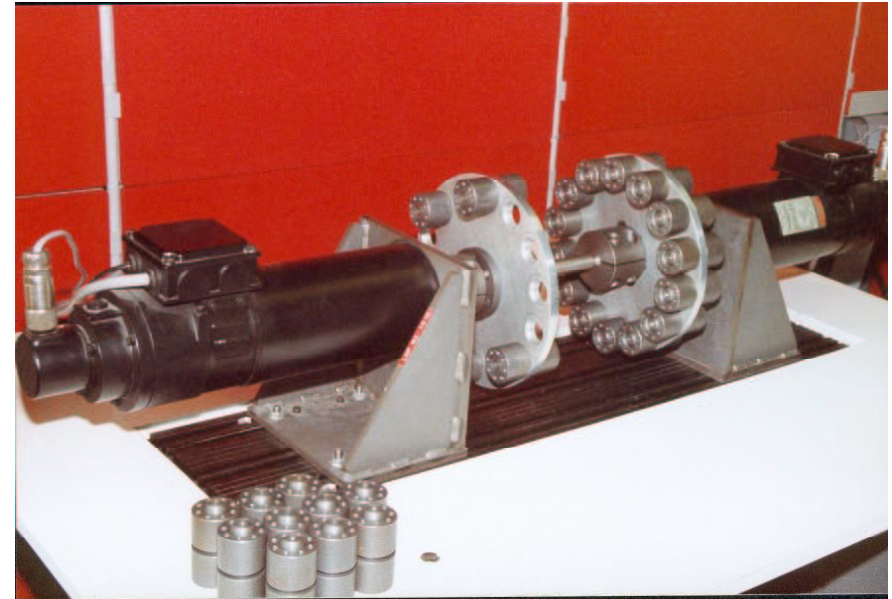
ω : vitesse de rotation

θ : position angulaire réelle

ω_{mes} : vitesse de rotation à asservir

$f = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Nms/rad}$

$\tau_f = 10^{-2} \text{ s}$



Procédé (suite)

Inertie non stationnaire

$$i(t) = i_0 + \Delta i(t) = i_0 + k(t)i_k$$

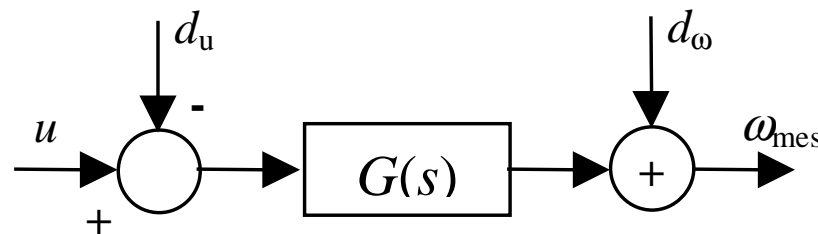
$i_0 = 21 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$, (configuration à vide)

$0 \leq k(t) \leq 28$ avec $k(t) \in \mathbb{N}$ (k masselottes)

$i_k = 6 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ (inertie individuelle)



Modèle linéaire



$$G(s) = \frac{\omega_{\text{mes}}(s)}{u(s)} = \frac{9092}{(1 + \tau_e s)(1 + \tau_m s)(1 + \tau_f s)}$$

d_u couple résistant et frottement sec

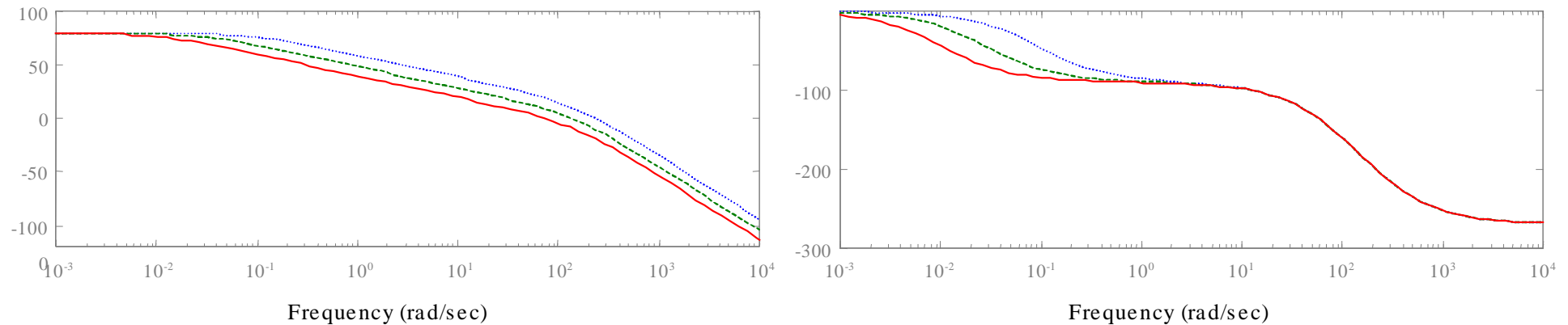
$\tau_e = 4.7 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

$12 \text{ s} \leq \tau_m \leq 96 \text{ s}$

$\tau_f = 10^{-2} \text{ s}$

d_ω signal haute fréquence ± 50 ($\pm 0.5/\tau_f$)

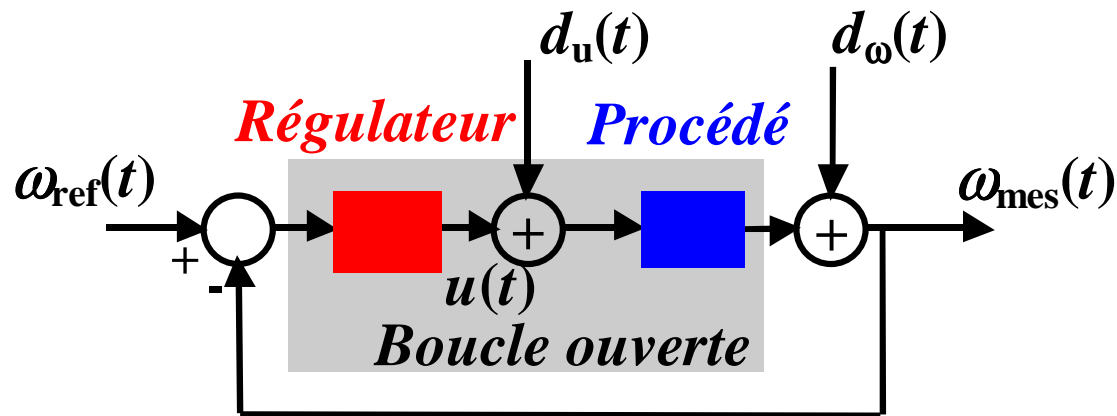
Cahier des charges



$G(j\omega)$ pour 0 (.....), 8 (- - -) et 28 (—) charges additionnelles

- limiter le bruit HF ramené sur la commande à ± 20
- annuler l'effet d'une perturbation constante d_u aussi rapidement que possible
- lors de la réponse de ω_{mes} à une variation échelon de la consigne ω_{ref}
 - dépassement de l'ordre de 25%
 - temps de réponse aussi court que possible

2 - Mise en évidence du dilemme performance/robustesse



$C(s)$ doit

- assurer une fréquence au gain unité en boucle ouverte ω_{cg} aussi grande que possible
- générer une marge de phase de l'ordre de 50°
- comporter une action intégrale
- être tel que

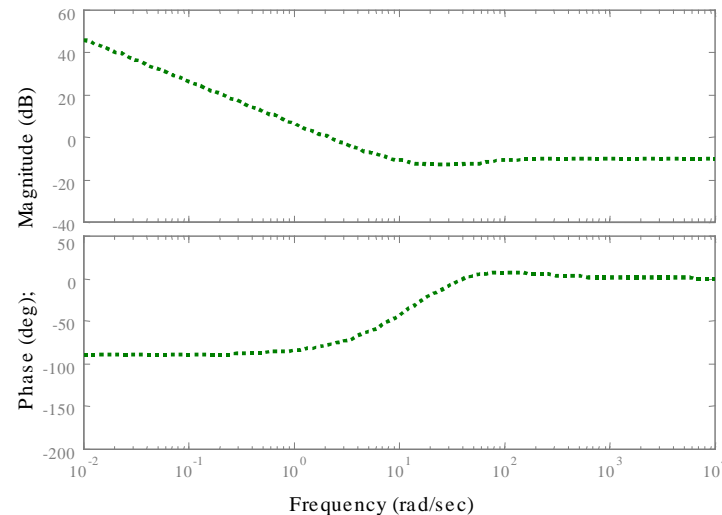
$$\left| \frac{u(j\omega)}{-d_\omega(j\omega)} \right|_{\text{HF}} = |CS(j\omega)|_{\text{HF}} = \left| \frac{C(j\omega)}{1 + C(j\omega)G(j\omega)} \right|_{\text{HF}} \approx |C(j\omega)|_{\text{HF}} \leq -10\text{dB} \quad (20/50)$$

Synthèse d'un régulateur PID de référence

$$C_{\text{PID}}(s) = \frac{u(s)}{\omega_{\text{ref}}(s) - \omega_{\text{mes}}(s)} = C_0 \left(1 + \frac{\omega_I}{s} \right) \frac{1 + s/\omega_1}{1 + s/\omega_2}$$

C_{p8} est calculé pour le procédé nominal $k = 8$ ($\tau_m = 34\text{s}$) :

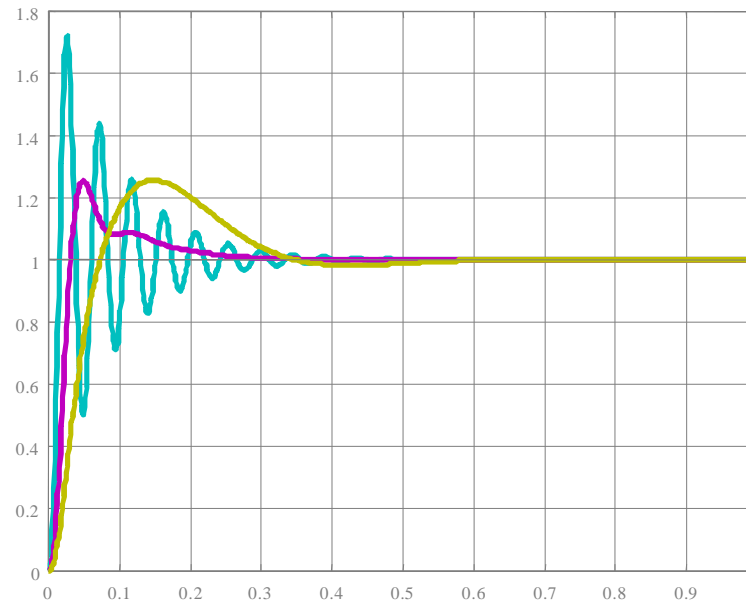
- Pour un effet intégral efficace, $\omega_I = \omega_{\text{cg}}/5$
- ω_1 et ω_2 , puis C_0 sont définis pour assurer une marge de phase de 50° à la plus grande valeur possible de la fréquence ω_{cg} 56 rad/s



Utilisation du régulateur PID de référence

Pour $\tau_m \in \{12, 34, 96\}$:

- Marge de phase : 11.6° à 54.9°
- Premier dépassement : 26.5% à 73.5%

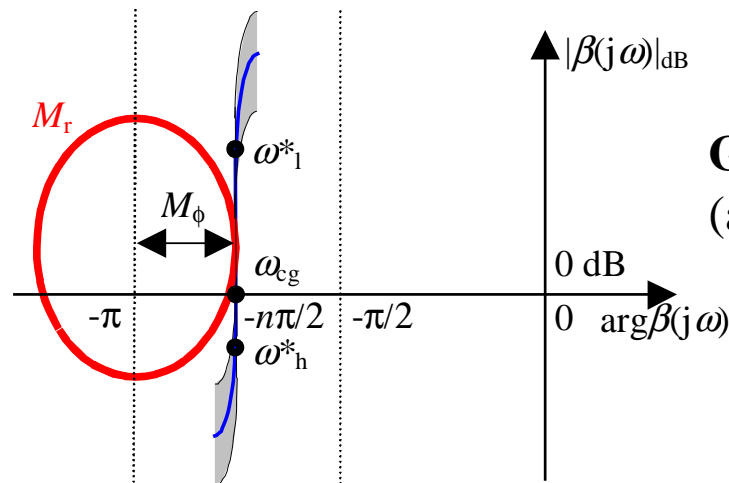


*Réponse indicielle en boucle fermée du système $\omega_{mes}(s)/\omega_{ref}(s)$
avec $\tau_m \in \{12, 34, 96\}$ en utilisant $C_{P8}(s)$*

Synthèse d'un régulateur Crone de 2^{ème} génération

- Procédé dont l'incertitude est plutôt de type gain au voisinage de la fréquence de coupure désirée
- Boucle ouverte nominale fondée sur une fonction de transfert non entière

$$\left(\frac{\omega_{cg}}{s}\right)^n \text{ avec } 1 < n < 2$$



Gabarit vertical → **robustesse de $M_\phi, M_r, \zeta, \dots$**
(au voisinage de ω_{cg})

- Transfert en boucle ouverte défini par :

$$\beta(s) = K \left(\frac{\omega'_1}{s} + 1\right)^{n_1} \left(\frac{1 + s/\omega_h}{1 + s/\omega_1}\right)^n \frac{1}{\left(1 + s/\omega'_h\right)^{n_h}}$$

- Régulateur synthétisé d'après sa réponse fréquentielle idéale

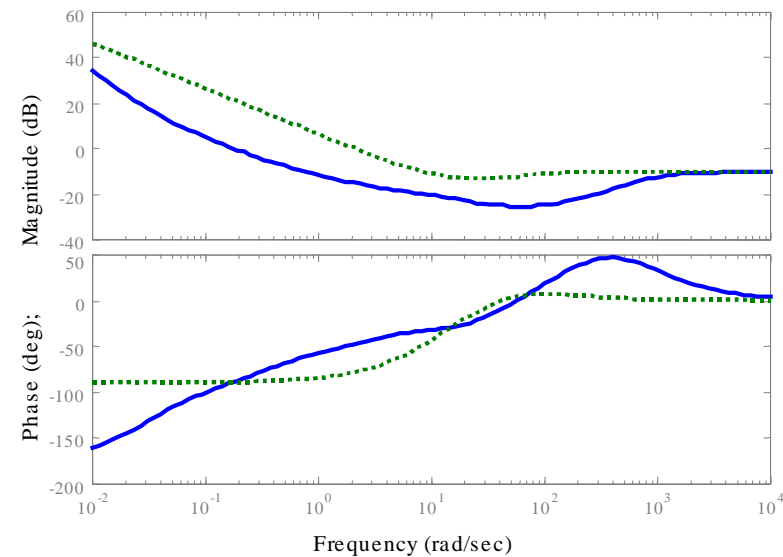
$$C(j\omega) = \beta(j\omega)/G_0(j\omega)$$

Synthèse du régulateur CRONE global

$$\beta(s) = K \left(\frac{\omega'_1}{s} + 1 \right)^{n_1} \left(\frac{1 + s/\omega_h}{1 + s/\omega_1} \right)^n \frac{1}{\left(1 + s/\omega'_h \right)^{n_h}}$$

C_C est calculé pour le procédé nominal $k = 8$ sachant que $0 \leq k \leq 28$:

- $n_1 = 2$
- $n_h = 3$
- $\omega_h^*/\omega_1^* = 10$ ($\omega_h^*/\omega_1^* \geq 4.24$)
- $\omega'_1 = \omega_1$ et $\omega'_h = \omega_h$
- $n = 1.402$ conduit à M_ϕ 50° et à la plus grande valeur possible de ω_{cg} , soit 19 rad/s

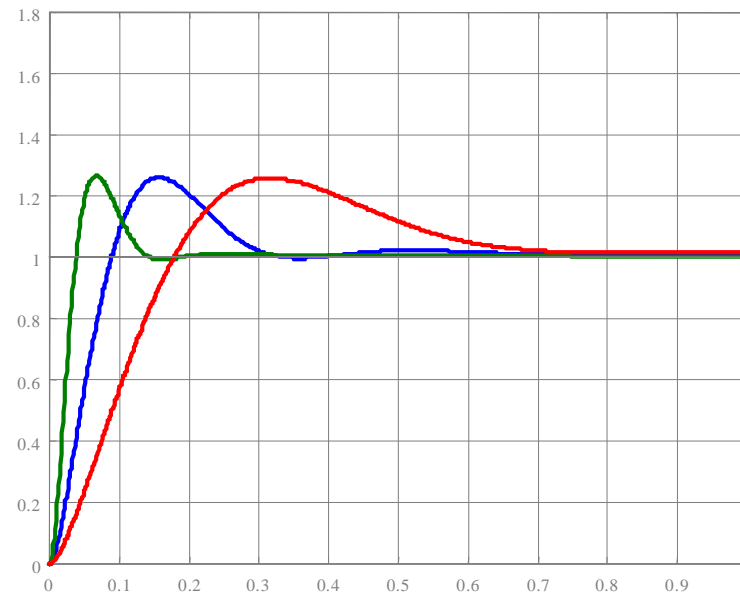


$C_{P8}(s)$ (⋯); $C_C(s)$ (—)

Utilisation du régulateur CRONE global

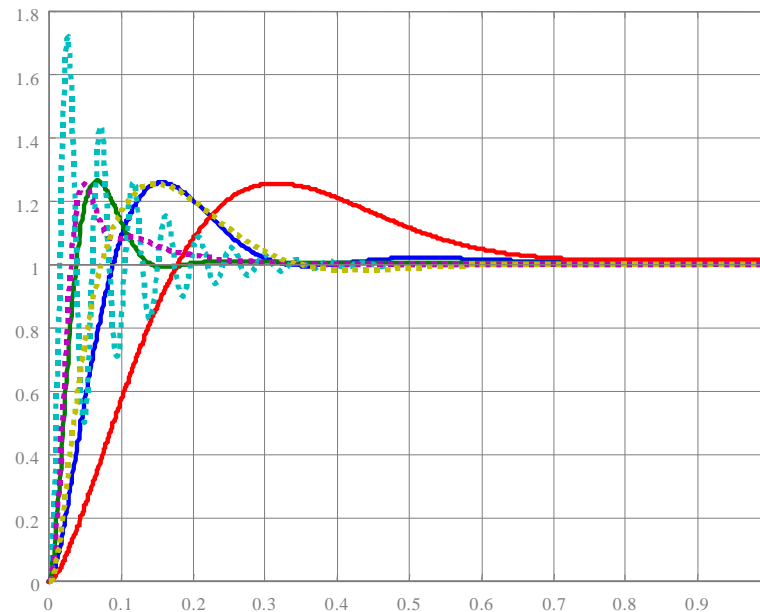
Pour $\tau_m \in \{12, 34, 96\}$:

- Marge de phase : 47.8° à 50.4°
- Premier dépassement : 26% à 26.5%



Réponse indicielle en boucle fermée du système $\omega_{mes}(s)/\omega_{ref}(s)$
avec $\tau_m \in \{12, 34, 96\}$ en utilisant $C_C(s)$

Comparaison des deux régulateurs globaux



*Réponse indicielle en boucle fermée du système $\omega_{mes}(s)/\omega_{ref}(s)$
avec $\tau_m \in \{12, 34, 96\}$ en utilisant $C_{P8}(s)$ (····) ou $C_C(s)$ (—)*

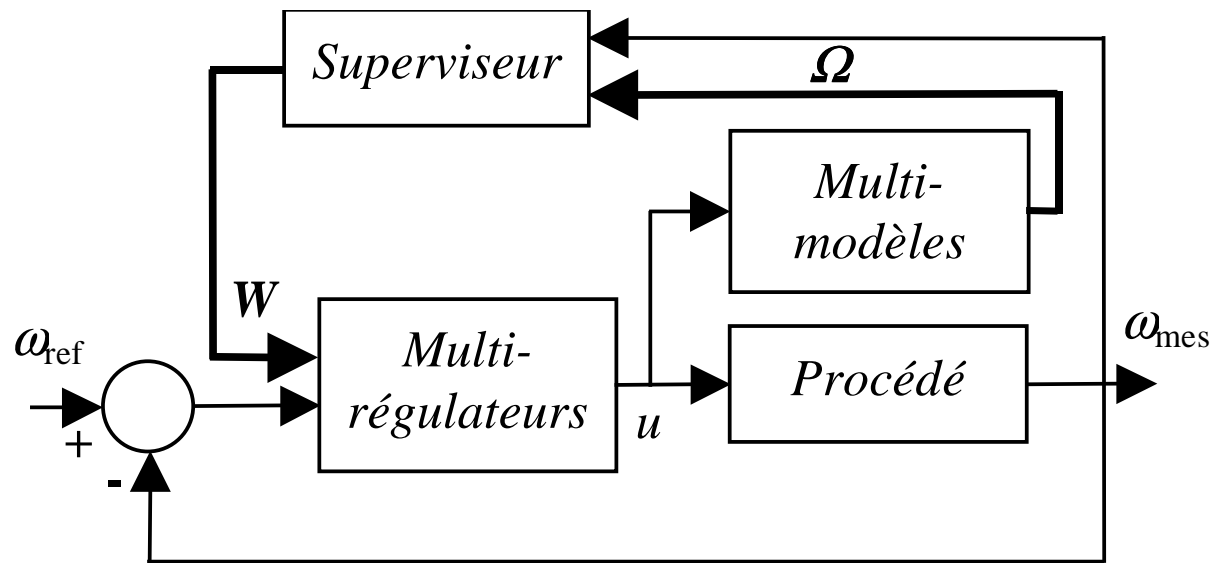
CRONE : beaucoup plus robuste

PID : plus performant en terme de temps de réponse

3 - Présentation de l'approche multi-modèles/multi-régulateurs (M³R)

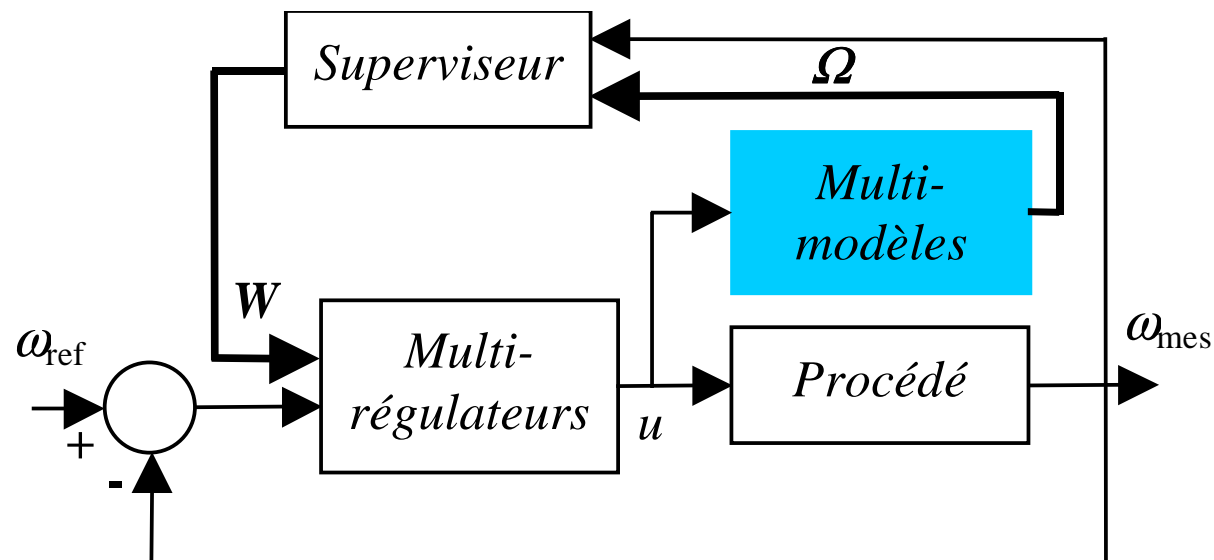
Idée : Remplacer le régulateur global robuste mais peu performant par un ensemble de régulateurs locaux robustes plus performants

La méthodologie Crone est donc associée à l'architecture de commande proposée par Narendra



Bloc Multi-modèles

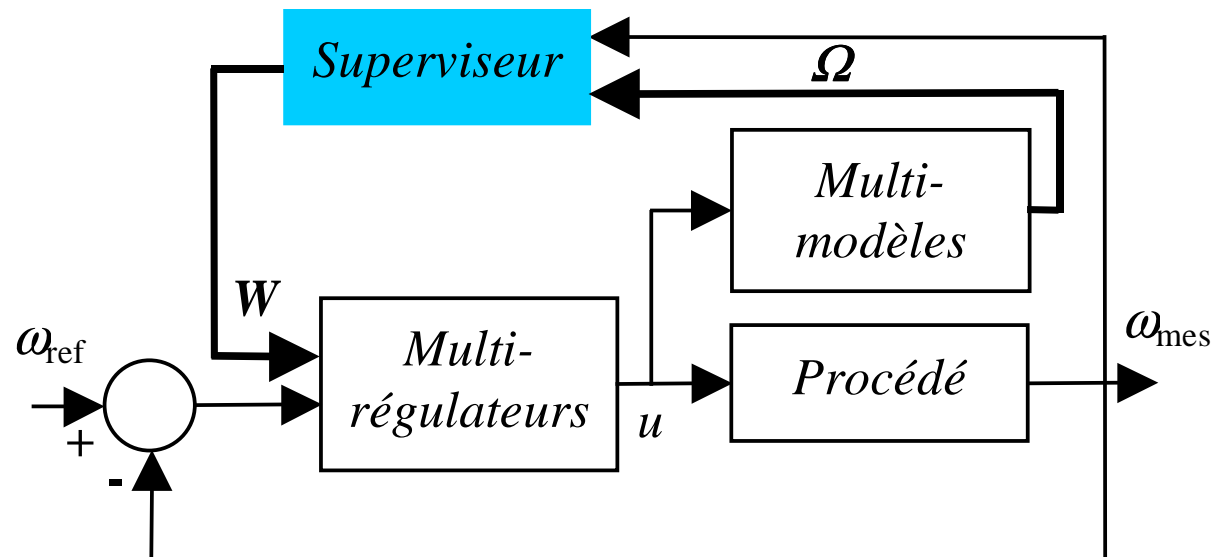
- Entrée : signal de commande réel $u(t)$
- Composé d'un ensemble de N modèles linéaires $G_{0i}(s)$
où $G_{0i}(s)$ est la valeur nominale d'un des N modèles linéaires locaux $G_i(s)$ considérés
- Génère un vecteur de vitesse $\Omega(t) = (\omega_1(t), \dots, \omega_N(t))$
où $\omega_i(t)$ est la sortie de $G_{0i}(s)$



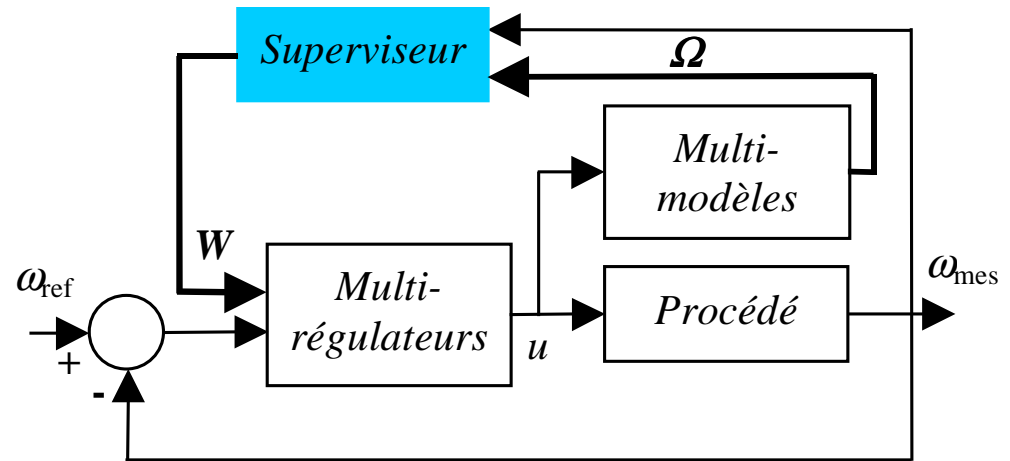
Bloc Superviseur

- Génère un vecteur de pondération $\mathbf{W}(t) = (w_1(t), \dots, w_N(t))$
avec $0 \leq w_i(t) \leq 1$ et $\sum_{i=1:N} w_i(t) = 1$

$w_i(t)$ est continu et est d'autant plus grand que $\varepsilon_i(t) = \omega_{\text{mes}}(t) - \omega_i(t)$ est petit.



Critères de Supervision



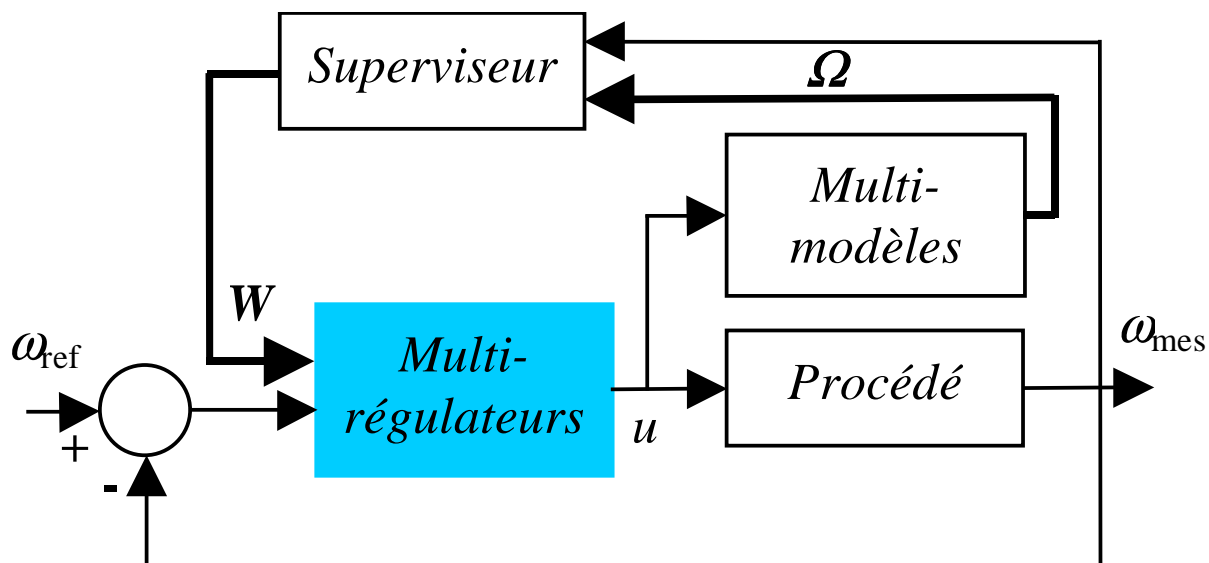
- Utilisation directe du signal d'erreur $\varepsilon_i(t)$
- Utilisation du critère de Narendra : $\alpha \varepsilon_i^2(t) + \beta \int_0^t \exp(-\lambda(t-\tau)) \varepsilon_i^2(\tau) d\tau$
- Elimination de la composante basse fréquence de $\varepsilon_i(t)$ par un filtre passe-bande

Bloc *Multi-régulateurs*

- Composé de N régulateurs robustes, $C_i(s)$, chacun synthétisé en considérant un des modèles incertains $G_i(s)$.

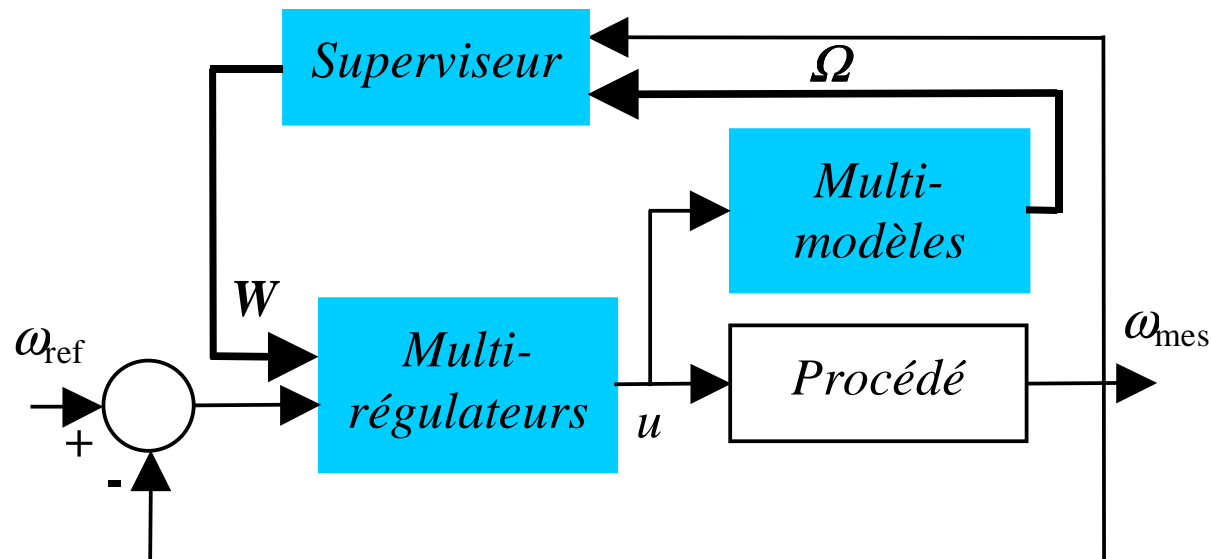
- Sortie u définie par :
$$u(t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) u_i(t)$$

avec $u_i(s) = C_i(s) [\omega_{\text{ref}}(s) - \omega_{\text{mes}}(s)]$



Comparaison avec approche Multi-modèles utilisant la logique floue

- "fuzzification" remplacée par un calcul des coefficients de pondération
- base de règles remplacée par des régulateurs robustes locaux
- "défuzzification" remplacée par une pondération continue des différentes commandes possibles



4 - Comparaison des approches M³R-PID et M³R-CRONE

- 3 régulateurs PID locaux $C_{P0}(s)$, $C_{P8}(s)$, et $C_{P28}(s)$ sont synthétisés pour :
 - les 2 états paramétriques extrêmes $k_0 = 0$ et $k_0 = 28$
 - l'état paramétrique nominal $k_0 = 8$

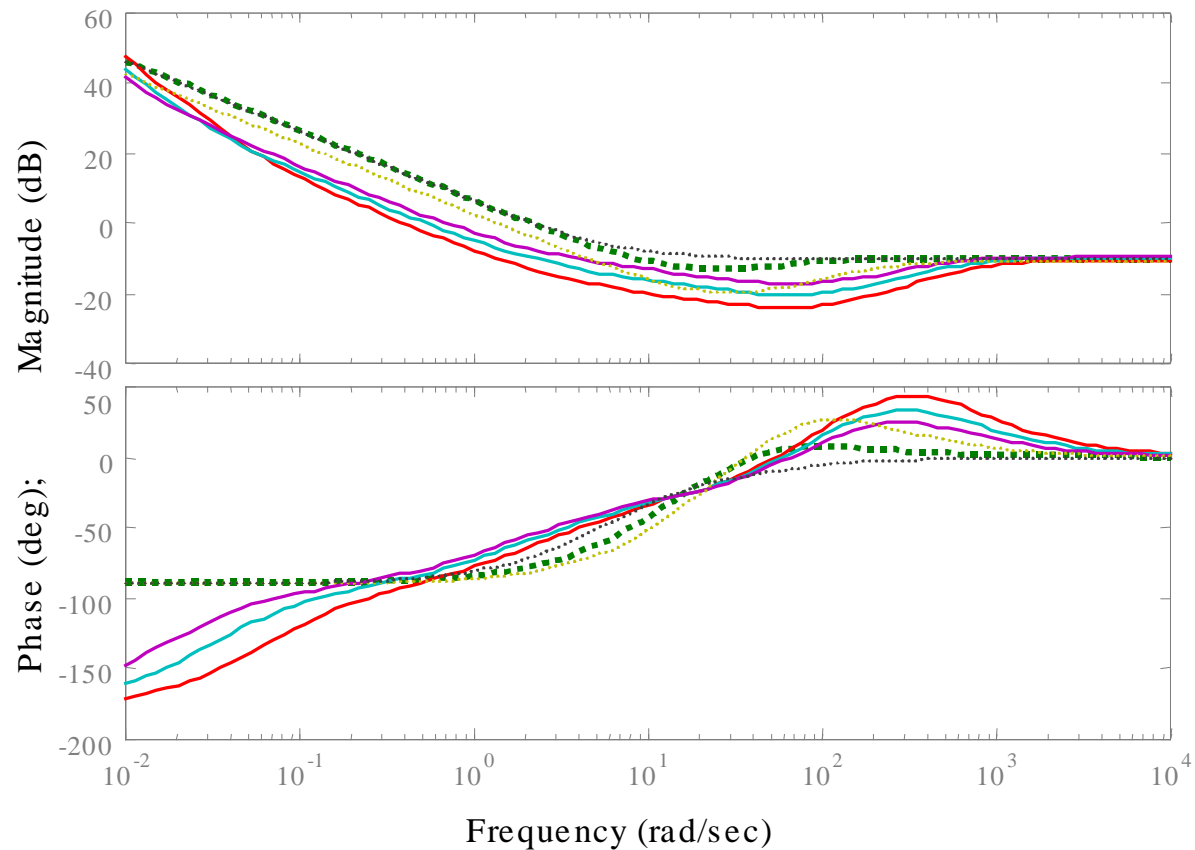
Ils assure respectivement $\omega_{cg} = 90$ rad/s, 30 rad/s et 56 rad/s

- 3 régulateurs CRONE locaux $C_{C2}(s)$, $C_{C8}(s)$, et $C_{C18}(s)$ sont synthétisés pour :
 - $0 \leq k \leq 4$ avec $k_0 = 2$
 - $4 \leq k \leq 12$ avec $k_0 = 8$
 - $12 \leq k \leq 28$ avec $k_0 = 18$

$\omega_h^*/\omega_1^* = 2$ ($\omega_h^*/\omega_1^* \geq 1.62$ car variation de τ_m réduite à $8^{1/3} = 2$)

$n = 1.34$ assure $M_\phi 50^\circ$ pour respectivement $\omega_{cg} = 35$ rad/s, 28 rad/s et 23 rad/s

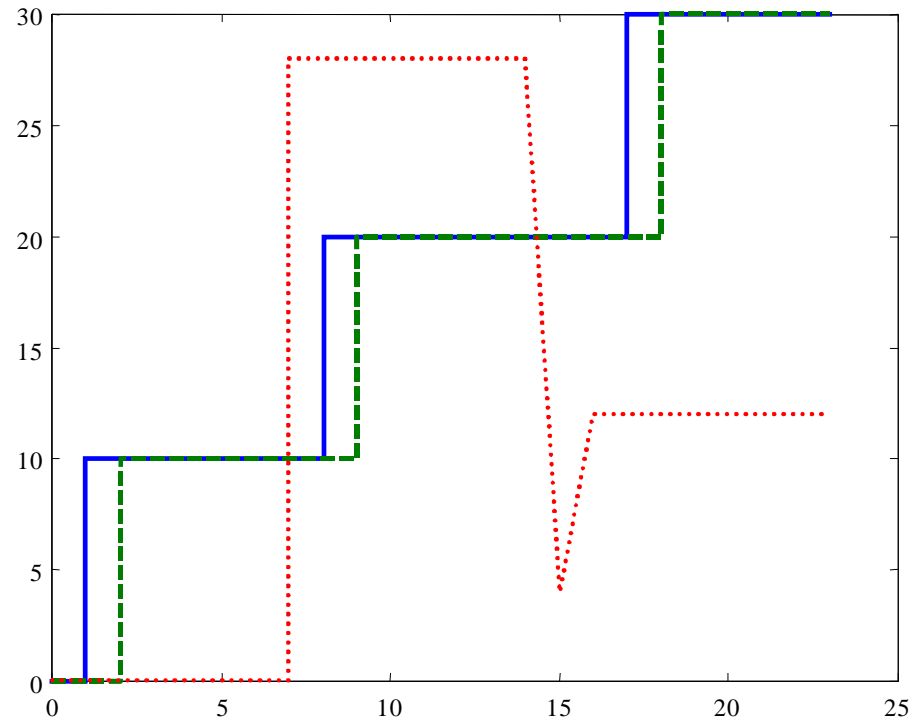
Comparaison des régulateurs locaux



$C_{P8}(s)$, $C_{P0}(s)$ et $C_{P28}(s)$ (.....)

$C_{C2}(s)$, $C_{C8}(s)$ et $C_{C18}(s)$ (—)

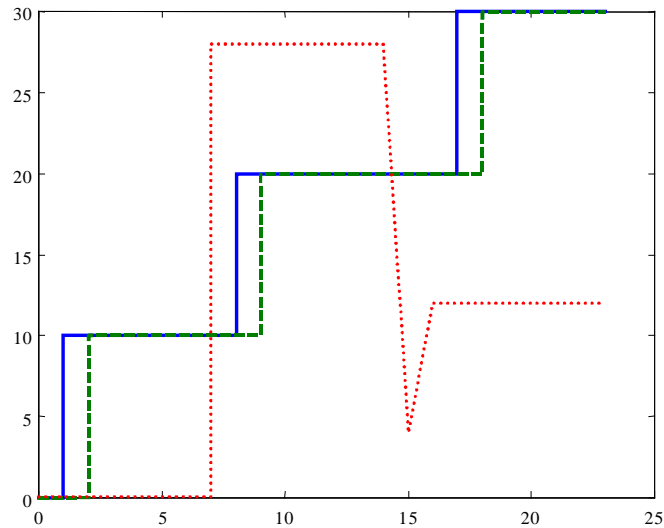
Procédure de test



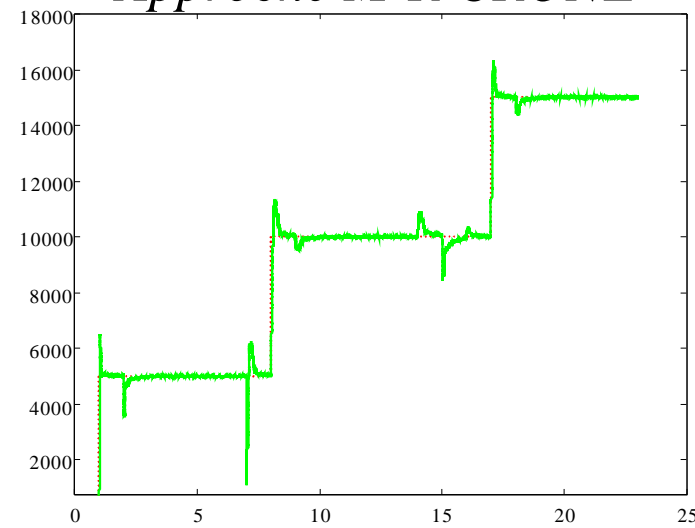
variations de $\omega_{ref}(t)/500$ (---), $d_u(t)/10$ (- -) et $k(t)$ (.....)

Comparaison des performances temporelles

(1^{er} critère $\varepsilon_i(t) = \sigma_i(t)$)



Approche M³R CRONE



	O_{\min}	O_{\max}	$t_r \min$	$t_r \max$	$t_u \min$	$t_u \max$
C_{P8}	22.8%	81.4%	0.31s	0.71s	0.31s	0.47s
C_C	26%	26.5%	0.26s	2.5s	1.42s	1.81s
$C_{P0-8-28}$	24%	38%	0.23s	0.55s	0.39s	0.55s
$C_{C2-8-18}$	26%	28.5%	0.24s	0.79s	0.55s	0.71s

Analyse des résultats

	O_{\min}	O_{\max}	$t_r \min$	$t_r \max$	$t_u \min$	$t_u \max$
C_{P8}	22.8%	81.4%	0.31s	0.71s	0.31s	0.47s
C_C	26%	26.5%	0.26s	2.5s	1.42s	1.81s
$C_{P0-8-28}$	24%	38%	0.23s	0.55s	0.39s	0.55s
$C_{C2-8-18}$	26%	28.5%	0.24s	0.79s	0.55s	0.71s

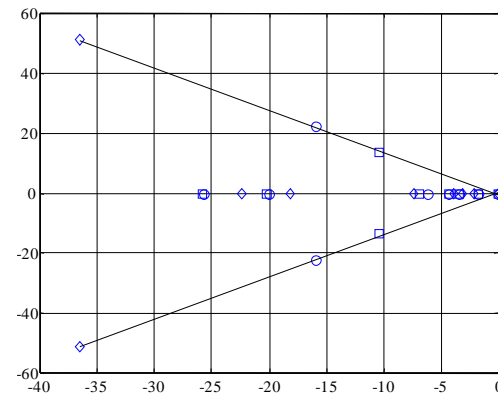
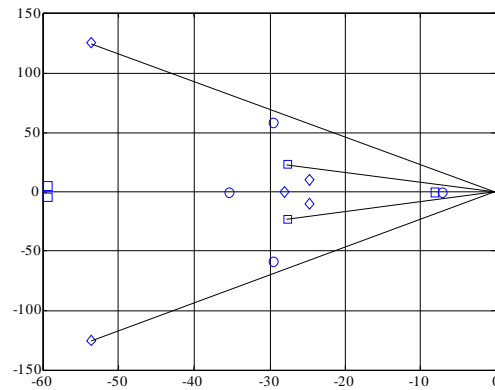
- $C_{C2-8-18}$ (régulateur M³R-Crone) beaucoup plus performant (t_r et t_u) que C_C (régulateur Crone global)
- robustesse de $C_{C2-8-18}$ très proche de celle de C_C
- $C_{P0-8-28}$ (régulateur M³R-PID) plus robuste que C_{P8} (régulateur PID global), mais beaucoup moins robuste que les 2 régulateurs Crone
- $C_{C2-8-18}$ un peu moins performant que $C_{P0-8-28}$

Analyse de la robustesse

Au temps t_k , caractérisons le système en boucle fermée par :

- le modèle linéaire du procédé réel commandé
- le régulateur défini par :
$$C(s, t_k) = \sum_{i=1}^N w_i(t_k) C_i(s)$$

avec $N = 3$ et où les $C_i(s)$ sont les régulateurs PID ou CRONE locaux

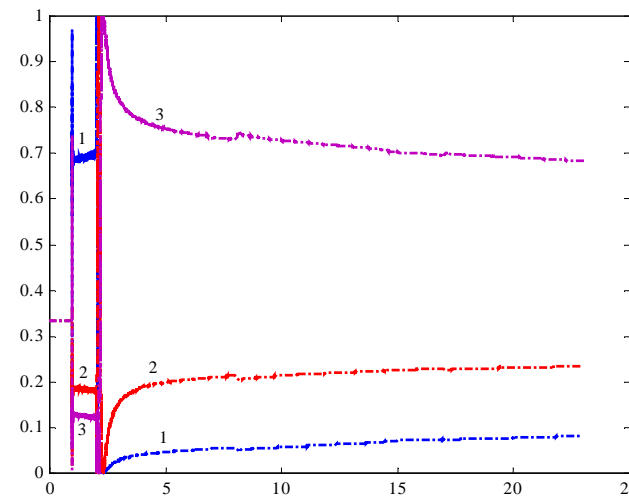
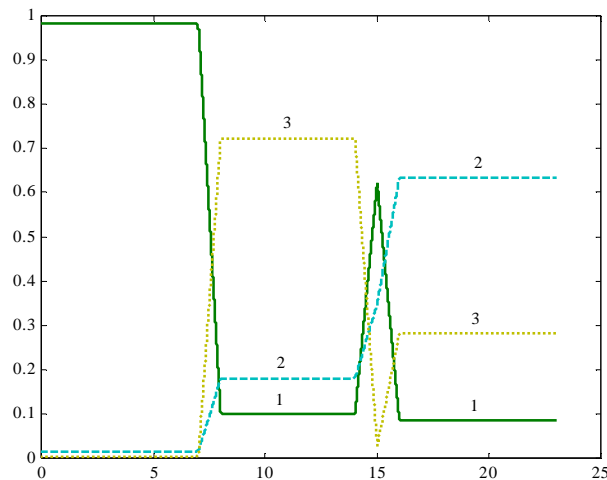


Le facteur d'amortissement (déterminé à $t_1 = 1.1$ s (\diamond); $t_2 = 8.1$ s (\square); $t_3 = 17.1$ s (\circ)) :

- évolue entre 0.39 et 0.77 pour l'approche M^3R -PID
- est quasiment constant (0.58) pour l'approche M^3R -Crone

5 - Comparaison de divers superviseurs

- Performances obtenues très prometteuses
- Étonnement lors de la comparaison :
 - des coefficients de pondération $w_i(t)$ générés par le superviseur
 - des valeurs idéales $w_{i\text{ref}}(t)$ calculées à partir de $k(t)$ imposé



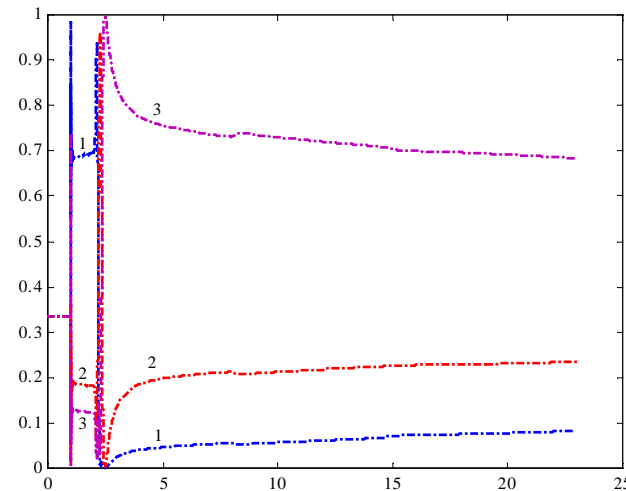
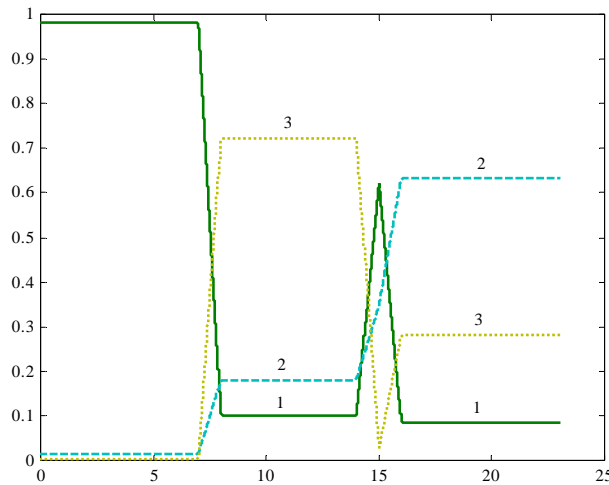
Cause : présence de la perturbation $d_u(t)$ qui n'affecte que l'entrée du procédé réel

Utilisation du critère "Narendra"

$$\alpha \varepsilon_i^2(t) + \beta \int_0^t \exp(-\lambda(t-\tau)) \varepsilon_i^2(\tau) d\tau$$

- $\varepsilon_i(t)$ correspondant à $\beta = 0$
- Détermination de α , β et λ qui minimisent l'intégrale : $\int_0^T \sum_{i=1}^3 (w_{i_{\text{ref}}}(t) - w_i(t))^2 dt$

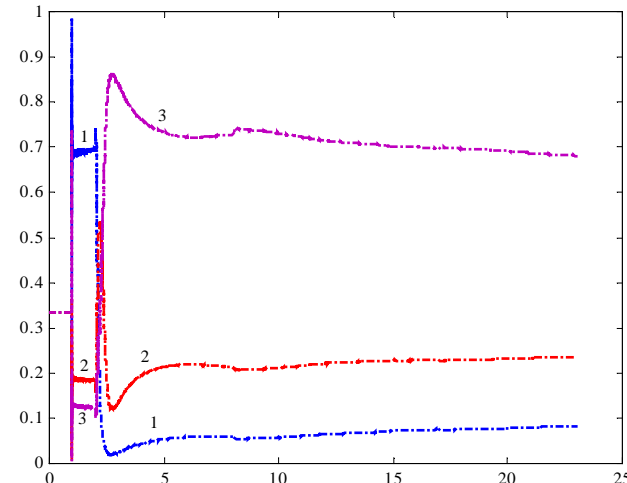
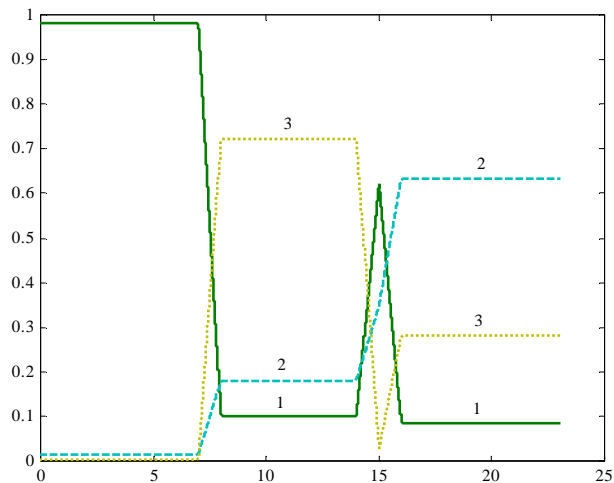
où $T = 23\text{s}$ est la durée de simulation



Analyse : Performances et Qualité de supervision très proches

Utilisation du critère filtre passe-bas

Détermination du filtre qui minimise le critère
$$\int_0^T \sum_{i=1}^3 \left(w_{i_{\text{ref}}}(t) - w_i(t) \right)^2 dt$$



Analyse : Résultats très proches avec variations plus douces

6 - Conclusion et perspective

Méthodologie permettant d'améliorer les performances sans dégrader la robustesse fondée sur :

- une description de type multi-modèles du procédé
 - un superviseur
 - un ensemble de régulateurs robustes locaux adaptés chacun à un des modèles locaux du procédé réel
- ➡ Régulateur M³R-CRONE légèrement moins performant que régulateur M³R-PID, mais beaucoup plus robuste
- ➡ Superviseurs pas entièrement satisfaisants.
- Démonstration de la stabilité à effectuer
 - Amélioration de l'estimation de l'état paramétrique du procédé envisageable
 - Approche à valider en temps discret et pour des problèmes de commande plus exigeants